

# Soul Math

Jurnal Ilmiah Edukasi Matematika FKIP Universitas Dr. Soetomo

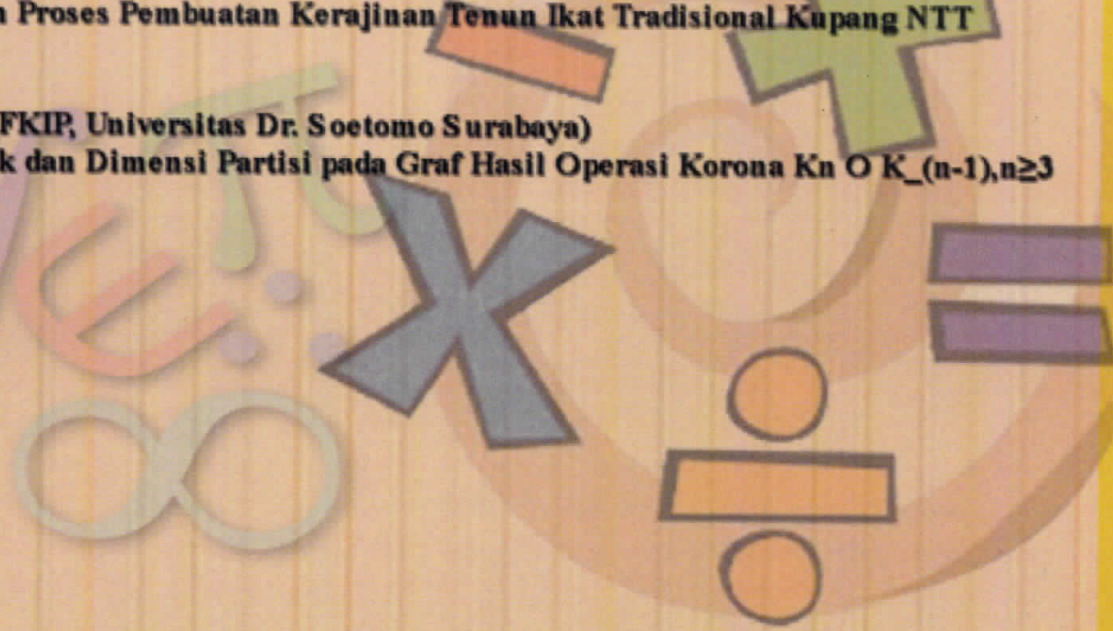
Miftahul Ulum ( SMA Negeri 1 Pasir Belengkong Kalimantan Timur)  
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Model Learning Cycle 5E  
Pada Materi Integral Di Kelas XII IPA  
(hal. 217-231)

Viktor Sagala (FKIP, Universitas Dr. Soetomo Surabaya)  
Profil Lapisan Pemahaman Konsep Turunan Fungsi dan Folding Back  
Mahasiswa Calon Guru Matematika Berdasarkan Gender  
(hal. 234-243)

Rahmawati Erma Standsyah (FKIP, Universitas Dr. Soetomo Surabaya)  
Implementasi Algoritma Modifikasi Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (MBFGS)  
(hal. 244-250)

Lusiana Prastiwi, Kristina Yuventa (FKIP, Universitas Dr. Soetomo Surabaya)  
Penerapan Metode Jalur Kritis Atau Critical Path Method (CPM) Penentuan Waktu  
Optimal Dalam Proses Pembuatan Kerajinan Tenun Ikat Tradisional Kupang NTT  
(hal 251-256)

Yuni Listiana (FKIP, Universitas Dr. Soetomo Surabaya)  
Dimensi Matrik dan Dimensi Partisi pada Graf Hasil Operasi Korona  $K_n \circ K_{n-1}, n \geq 3$   
(hal. 257-263)



**JURNAL ILMIAH**  
**“SOULMATH”**  
*(Jurnal Edukasi Matematika)*

Terbit dua kali setahun pada bulan Januari dan Agustus. Berisi tulisan yang berasal dari hasil penelitian, kajian, atau karya ilmiah di bidang Pendidikan Matematika

**Pelindung**

Dekan Fakultas Keguruan & Ilmu Pendidikan  
Universitas Dr. Soetomo Surabaya

**Peninjau**

Dr. Sukei, MM

**Ketua Penyunting**

Ahmad Hatip

**Penyunting Pelaksana**

Haerussaleh  
Sumartono  
Nuril Huda  
Ninik Mardiana

**Staf Pelaksana**

Lilik Rusdiana, Warsono, Taufiq

**Penerbit**

Fakultas Keguruan & Ilmu Pendidikan  
Universitas Dr. Soetomo Surabaya

**Alamat Penerbit:**

Gedung C. 102 Universitas Dr. Soetomo Surabaya  
Jalan Semolowaru 84 Surabaya 60118  
Telp (031) 5944748

## JURNAL ILMIAH

### “SOULMATH”

(Jurnal Edukasi Matematika)

Volume 4 Nomor 5, Januari 2016

Halaman 217-263

**Miftahul Ulum ( SMA Negeri 1 Pasir Belengkong Kalimantan Timur)**

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Model *Learning Cycle* 5E Pada Materi Integral Di Kelas XII IPA  
(hal. 217-231)

**Viktor Sagala (FKIP, Universitas Dr. Soetomo Surabaya)**

Profil Lapisan Pemahaman Konsep Turunan Fungsi dan *Folding Back* Mahasiswa Calon Guru Matematika Berdasarkan Gender  
(hal. 234-243)

**Rahmawati Erma Standsyah (FKIP, Universitas Dr. Soetomo Surabaya)**

Implementasi Algoritma Modifikasi *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno* (MBFGS)  
(hal. 244-250)

**Lusiana Prastiwi, Kristina Yuventa (FKIP, Universitas Dr. Soetomo Surabaya)**

Penerapan Metode Jalur Kritis Atau *Critical Path Method* (CPM) Penentuan Waktu Optimal Dalam Proses Pembuatan Kerajinan Tenun Ikat Tradisional Kupang NTT  
(hal 251-256)

**Yuni Listiana (FKIP, Universitas Dr. Soetomo Surabaya)**

Dimensi Matrik dan Dimensi Partisi pada Graf Hasil Operasi Korona  $K_n \odot K_{n-1}$ ,  $n \geq 3$   
(hal. 257-263)

## PROFIL LAPISAN PEMAHAMAN KONSEP TURUNAN FUNGSI DAN FOLDING BACK MAHASISWA CALON GURU MATEMATIKA BERDASARKAN GENDER

Viktor Sagala  
FKIP, Universitas Dr. Soetomo

**Abstract:** *This research aimed to describe the profile of understanding layers of understanding the concept of the function's derivative and folding back college student prospective teachers of mathematics by gender. This study used a qualitative descriptive approach. The data obtained is validated, then the analysis step-by-step reduction, data presentation, categorization, interpretation and inference. The analysis process is guided to the understanding of the model which hypothesizes Pirie&Kieren owned eight layers understanding students. The results showed that there was no difference between the achievement of a layers of understanding of the subject of women and man, both of them have an indicator layers of understanding ie; primitive knowing, image making, image having, property noticing, formalising, observing and structuring, then reaching also the first indicator (In1) of inventising layer, and indicators "ask questions about graphs the third-degree polynomial function" that leads to the second indicator (In2) of inventising layer. Based on the indicators of these, both subjects can be put in a category understanding layer ie oida inventising. But both subjects distinc 10 (ten) items the process of achieving this understanding, including in providing an example of a polynomial of fourth degree, woman began with equations, determining the intersections with the X-axis or the line  $x=k$ , drawing the X-axis and Y-axis, plot the points of intersection, divide into several intervals, then calculate some value functions to perform each test point intervals, and then describe the graph. Meanwhile, the man gave an example of a polynomial of fourth degree in the form of images, then determine the similarities, each interval point test done to test and verify that the correct graph drawn afterwards. Women made twice folding back the form of "off-topic", and man made that once. Instead of man performed twice folding back the form "working on the deeper layers", both subjects do not perform folding back the form "cause discontinuous".*

*Key words : understanding layers, folding back, gender*

### Pendahuluan

Bruner dan Piaget dalam sebagian besar karyanya sendiri berkonsentrasi pada pengembangan pengetahuan matematika di usia dini, jarang melampaui masa remaja, namun Dubinsky tertarik melakukan penelitian dengan pendekatan yang sama dan diperluas untuk topik yang lebih tinggi, hingga materi pelajaran matematika bagi sekolah menengah atas bahkan perguruan tinggi. Ketika itu Dubinsky melihat kemungkinan, tidak hanya untuk membahas dan menduga, tetapi untuk memberikan bukti yang menunjukkan, bahwa konsep-konsep seperti induksi matematika,

proposisi dan kalkulus predikat, fungsi sebagai proses dan objek, kebebasan linear, dan seterusnya, dapat dianalisis dalam hal perpanjangan/perluasan dari gagasan yang sama seperti yang dilakukan Piaget. Meskipun Piaget sebelumnya menggunakannya untuk menggambarkan konstruksi anak-anak dari konsep-konsep seperti aritmatika, proporsi, dan pengukuran sederhana (Dubinsky, 2001). Teori APOS telah diperkenalkan oleh Dubinsky (dalam Tall, 1999) yang menguraikan tentang bagaimana kegiatan mental seorang siswa yang berbentuk aksi (*actions*), proses (*processes*), obyek (*objects*), dan skema (*schema*) ketika

mengkonstruksi konsep matematika. Pirie&Kieren(1994) telah memberikan kerangka teoritis tentang delapan level (lapisan) pemahaman, yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalizing*, *observing*, *structuring*, *inventising*. Teori ini menyatakan bahwa “memahami (*understanding*) tidak selalu bertumbuh secara linier dan kontinu. Seseorang sering kembali ke lapisan pemahaman sebelumnya untuk selanjutnya maju ke lapisan pemahaman berikutnya yang disebut *folding back*. Apabila teori APOS disandingkan dengan model Pirie&Kieren, aksi setara dengan *primitive knowing* dan *image making*, proses setara dengan *image having* dan *property noticing*, objek setara dengan *formalizing* dan *observing*, serta skema setara dengan *structuring* dan *inventising*. Penulis tertarik meneliti profil lapisan pemahaman mahasiswa calon guru berpandu kepada model Pirie&Kieren, dengan materi turunan fungsi. Judul penelitian ini adalah “Profil Lapisan Pemahaman Konsep Turunan Fungsi Mahasiswa Calon Guru Berdasarkan Gender”.

Sehubungan dengan uraian diatas maka diajukan pertanyaan penelitian : Bagaimanakah profil lapisan pemahaman konsep turunan fungsi dan *folding back* mahasiswa perempuan dan laki-laki calon guru? Tujuan penelitian adalah untuk mendeskripsikan profil lapisan pemahaman konsep turunan fungsi dan *folding back* mahasiswa perempuan dan laki-laki calon guru.

## Kajian Teori

### Pemahaman

Skemp (1976) mengidentifikasi dua bentuk pemahaman, yaitu relasional dan instrumental. Pemahaman relasional (*relational understanding*) didefinisikan sebagai *knowing what to do and why*. Pemahaman relasional merupakan kemampuan menarik kesimpulan dari aturan-aturan yang spesifik menjadi hubungan matematis yang lebih umum. Sementara itu pemahaman instrumental (*instrumental understanding*) didefinisikan sebagai *the ability to apply an appropriate remembered rule to the solution of a problem without knowing why the rule works*. Jadi pemahaman instrumental ini merupakan kemampuan siswa belajar dengan hafalan. Pada masa selanjutnya Skemp(1987) membedakan antara “memahami sesuatu” (“*to understand something*”) dengan pemahaman (*understanding*). Pemahaman dikaitkan dengan kemampuan (*ability*), sementara memahami sesuatu dikaitkan dengan asimilasi dan suatu skema yang cocok (*an appropriate scheme*). Skema adalah grup konsep-konsep yang saling terhubung, masing-masing konsep dibentuk dari abstraksi sifat-sifat yang invarian dari masukan sensori motor atau konsep lainnya. Hubungan antara konsep-konsep itu dikaitkan oleh suatu relasi atau transformasi. Selanjutnya Skemp(1987) menyatakan bahwa skema tersebut digunakan tidak hanya ketika siswa memiliki pengalaman sebelumnya terkait dengan situasi sekarang, tetapi juga ketika memecahkan masalah tanpa memiliki pengalaman tentang situasi sekarang. Misalnya

siswa memahami konsep titik ekstrim fungsi polinom apabila dia sudah memiliki skema berupa sekelompok konsep-konsep, diantaranya penyelesaian persamaan, pengertian turunan fungsi, sifat-sifat turunan fungsi, turunan fungsi polinom yang saling berelasi.

Menurut Mousley(2005) ada tiga model pemahaman matematis, yaitu pemahaman sebagai kemajuan terstruktur, pemahaman sebagai bentuk-bentuk mengetahui sesuatu dan pemahaman sebagai proses. Pemahaman sebagai kemajuan terstruktur menggambarkan bahwa perkembangan pemahaman yang mengikuti kecenderungan konstruktivisme, yaitu proses mengkonstruksi pengetahuan dari dasar ke tingkat yang lebih tinggi. Piaget(dalam Mousley,2005) menjelaskan perkembangan pemahaman sebagai pertumbuhan kesadaran hubungan, eksperimen berpikir, internalisasi tindakan yang melibatkan aktivitas sensori motor dan bertujuan untuk mengkonstruksi objek. Selanjutnya Maslow (dalam Mousley, 2005) menyatakan bahwa pemahaman sebagai bentuk-bentuk mengetahui, membedakan dua bentuk pemahaman yaitu pemahaman *scientific* dan *suchness*. Pemahaman *scientific* adalah pikiran rasional yang diturunkan dari penjelasan sah, sementara itu pemahaman *schuness* bergantung pada pengalaman kontekstual. Misalnya anak SD memahami sifat komutatif perjumlahan bilangan asli ketika dia mengamati dan melakukan penggabungan 2 kelereng dengan 3 kelereng, yang ternyata

sama dengan hasil penggabungan 3 kelereng dengan 2 kelereng yaitu hasilnya adalah 5 kelereng.

Pegg & Tall (2005) mengidentifikasi dua jenis teori pertumbuhan kognitif yaitu 1) teori global pertumbuhan jangka panjang (*global theory of longterm growth*) individu, seperti teori tahapan perkembangan kognitif dari Piaget, dan 2) teori lokal pertumbuhan konseptual seperti teori APOS (aksi, proses, objek, skema) dari Dubinsky. Jangkauan teori global dimulai dari interaksi fisik individu dengan dunia sekeliling, kemudian ke penggunaan bahasa dan simbol menuju ke bentuk abstrak. Dalam hal ini Pegg dan Tall (2005) juga menyandingkan empat teori perkembangan kognitif; 1) tahapan sensori motor, praoperasional, operasional konkrit dan operasional formal dari Piaget, 2) level rekognisi, analisis, urutan, deduksi dan rigor dari Van Hiele, 3) sensori motor, ikonik, konkrit, simbolik, formal dan *post formal* dari Model SOLO, serta 4) enaktif, ikonik dan simbolik dari Bruner.

Teori lokal difokuskan pada siklus dasar pertumbuhan dalam pembelajaran suatu konsep. Misalnya; a) model SOLO difokuskan pada siklus tiga level (UMR) yaitu *unistructural*(U), *multistructural*(M), dan *relational* (R). Penerapan model SOLO minimal mengandung dua siklus UMR dalam setiap model. Respon tingkat R dalam siklus satu berkembang untuk respon tingkat U baru pada siklus berikutnya. Menurut Susiswo (2014), hal ini menjadi dasar untuk mengeksplorasi konsep yang diperoleh dan

juga menjelaskan perkembangan kognisi siswa. Siklus dua menawarkan tipe perkembangan yang fokus utamanya pada pendidikan dasar dan menengah. Selanjutnya, menurut Pegg&Tall (2005) teori lokal lain adalah b) prosedur, proses terintegrasi dan entitas dari Davis, c) APOS dari Dubinsky, d) interiorisasi, kondensasi dan reifikasi dari Sfard, serta e) prosedur, proses dan prosep dari Gray&Tall. Pegg&Tall(2005) juga menyandingkan keempat teori lokal berikut.

Teori APOS dari Dubinsky dapat juga dibandingkan dengan teori pemahaman empat level dari Herscovics&Bergeron(1983) yaitu intuisi, prosedural, *logico physical* dan formalisasi. Dalam hal ini APOS diawali dengan aksi dilanjutkan dengan prosedural, sementara Herscovics&Bergeron mengawali dengan intuisi, dilanjutkan dengan prosedural. Tahap ketiga APOS objek agak berbeda dengan *logico physical* yang menonjol aksi fisiknya, namun di akhirnya skema APOS sangat dekat dengan formalisasi yang dimaksudkan Herscovics&Bergeron.

Berdasarkan pendapat para ahli yang telah diuraikan, dapat dikatakan bahwa pemahaman konsep matematika seorang siswa merupakan kemampuan melakukan kegiatan mental berbentuk aksi (*actions*), proses (*processes*), obyek (*objects*), dan skema (*schema*) ketika mengkonstruksi konsep itu serta kemampuan menghafal maupun menarik kesimpulan dari aturan-aturan yang spesifik menjadi hubungan matematis yang lebih umum.

### **Abstraksi, konstruksi, representasi dan pemahaman**

Menurut Bruner (dalam Tall, 1996) ada tiga bentuk representasi mental, yaitu enaktif (*enactive*), ikonik (*iconic*) dan simbolik (*symbolic*). Representasi itu tumbuh secara berurutan dalam individu, mulai dari enaktif, kemudian ikonik dan akhirnya simbolik. Representasi simbolik ini mempunyai kekuatan sendiri yang kemudian kurang bergantung kepada representasi enaktif dan ikonik. Piaget (dalam Dubinsky, 2002) juga membangun teori pemerolehan atau pengkonstruksian yang hampir sama dengan Bruner, yang disebutnya teori abstraksi. Teori abstraksi Piaget membedakan tiga macam abstraksi yaitu abstraksi empirik, *pseudo*-empirik dan reflektif. Abstraksi yang pertama yaitu empirik memperoleh pengetahuan dari sifat-sifat objek. Dubinsky(2002) menafsirkan bahwa melalui abstraksi empirik, individu harus melakukan aksi yang sifatnya eksternal terhadap objek. Pengetahuan tentang sifat-sifat itu sendiri bersifat internal dan merupakan hasil konstruksi yang dibuat secara internal juga. Abstraksi yang kedua yaitu *pseudo*-empirik dijelaskan oleh Piaget(dalam Dubinsky, 2002) sebagai berikut "*pseudo-empirical abstraction is intermediate between empirical and reflective abstraction and teases out properties that the actions of the subject have introduced into objects*". Jadi dalam abstraksi *pseudo*-empirik ini tindakan subjek telah mulai mengarah kepada ketertarikan kepada sifat-sifat yang dimiliki objek. Selanjutnya menurut Dubinsky(2002), abstraksi reflektif adalah

sebuah konsep yang diperkenalkan oleh Piaget untuk menggambarkan pembangunan struktur *logico*-matematika oleh seorang individu selama perkembangan kognitif. Dua pengamatan penting yang dilakukan oleh Piaget adalah yang pertama abstraksi reflektif tidak memiliki awal mutlak tetapi hadir di usia yang sangat awal dalam koordinasi struktur sensori-motor (Beth&Piaget, 1966 dalam Dubinsky, 2002) dan kedua, bahwa abstraksi itu secara kontinu berkembang melalui matematika yang lebih tinggi. Sejauh itu seluruh sejarah perkembangan matematika dari zaman dahulu sampai sekarang dapat dianggap sebagai contoh dari proses abstraksi reflektif (Piaget, 1985 dalam Dubinsky, 2002)

Bruner dan Piaget dalam sebagian besar karyanya sendiri berkonsentrasi pada pengembangan pengetahuan matematika di usia dini, jarang melampaui masa remaja, namun Dubinsky tertarik melakukan penelitian dengan pendekatan yang sama dan diperluas untuk topik yang lebih tinggi, hingga materi pelajaran matematika bagi SMA bahkan perguruan tinggi. Ketika itu Dubinsky melihat kemungkinan, tidak hanya untuk membahas dan menduga, tetapi untuk memberikan bukti yang menunjukkan, bahwa konsep-konsep seperti induksi matematika, proposisi dan kalkulus predikat, fungsi sebagai proses dan objek, kebebasan linear, ruang topologi, dualitas ruang vektor, dualitas ruang vektor, topologi, dan bahkan kategori teori dapat dianalisis dalam hal perpanjangan/perluasan dari gagasan yang sama seperti yang dilakukan Piaget, digunakan untuk menggambarkan

konstruksi anak-anak dari konsep-konsep seperti aritmatika, proporsi, dan pengukuran sederhana (Dubinsky, 2001). Teori APOS telah diperkenalkan oleh Dubinsky (dalam Tall, 1999) yang menguraikan tentang bagaimana kegiatan mental seorang siswa yang berbentuk aksi (*actions*), proses (*processes*), obyek (*objects*), dan skema (*schema*) ketika mengkonstruksi konsep matematika. Menurut teori APOS ini, seorang siswa dapat mengkonstruksi konsep matematika dengan baik apabila dia mengalami aksi, proses, obyek, dan memiliki skema. Seorang anak dikatakan telah melakukan suatu aksi, jika anak tersebut memusatkan pikirannya dalam upaya memahami konsep matematika yang dihadapinya. Seorang siswa dikatakan telah memiliki suatu proses, jika berpikirnya terbatas pada konsep matematika yang dihadapinya dan ditandai dengan munculnya kemampuan untuk membahas konsep matematika tersebut. Selanjutnya siswa dikatakan telah memiliki obyek, jika dia telah mampu menjelaskan sifat-sifat dari konsep matematika. Akhirnya siswa tersebut dikatakan telah memiliki skema, jika dia telah mampu mengkonstruksi contoh-contoh konsep matematika sesuai dengan persyaratan yang telah ditentukan.

Representasi adalah model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi. Sebagai contoh, suatu masalah dapat direpresentasikan dengan obyek, gambar, kata-kata, atau simbol matematika (Jones&Knuth, 1991). Ada empat gagasan yang digunakan dalam memahami konsep representasi, yaitu: 1)



representasi dapat dipandang sebagai abstraksi internal dari ide-ide matematika atau skemata kognitif yang dibangun oleh siswa melalui pengalaman; 2) sebagai reproduksi mental dari keadaan mental yang sebelumnya; 3) sebagai sajian secara struktur melalui gambar, simbol ataupun lambang; 4) sebagai pengetahuan tentang sesuatu yang mewakili sesuatu yang lain. Representasi merupakan proses pengembangan mental yang sudah dimiliki seseorang, yang terungkap dan divisualisasikan dalam berbagai model matematika, yakni: verbal, gambar, benda konkret, tabel, model-model manipulatif atau kombinasi dari semuanya (Steffe, Weigel, Schultz, Waters, Jijner&Reijs dalam Hudojo, 2002: 47). Cai, Lane, dan Jacobson (1996: 243) menyatakan bahwa ragam representasi yang sering digunakan dalam mengkomunikasikan matematika antara lain: tabel, gambar, grafik, pernyataan matematika, teks tertulis, ataupun kombinasi semuanya. Hiebert&Carpenter (dalam Hudojo, 2002) mengemukakan bahwa pada dasarnya representasi dapat dibedakan dalam dua bentuk, yakni representasi internal dan representasi eksternal. Berpikir tentang ide matematika yang kemudian dikomunikasikan memerlukan representasi eksternal yang wujudnya antara lain: verbal, gambar dan benda konkret. Berpikir tentang ide matematika yang memungkinkan pikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut merupakan representasi internal.

### Lapisan Pemahaman Model Pirie & Kieren dan *Folding back*

Pirie&Kieren (1994) telah memberikan kerangka teoritis tentang delapan level (lapisan) pemahaman, yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalizing*, *observing*, *structuring*, *inventising*. Teori ini menyatakan bahwa “memahami (*understanding*) tidak selalu bertumbuh secara linier dan kontinu. Seseorang sering kembali ke level (lapisan) pemahaman sebelumnya untuk selanjutnya maju ke level pemahaman berikutnya. Pada awalnya Pirie&Kieren(1994) menjelaskan indikator lapisan demi lapisan pemahaman tersebut. Lapisan pemahaman pertama *primitive knowing* merupakan usaha awal yang dilakukan oleh siswa dalam memahami definisi baru, membawa pengetahuan sebelumnya ke lapisan pemahaman selanjutnya melalui aksi yang melibatkan definisi atau merepresentasikan definisi (Pirie&Kieren, 1994). Lapisan pemahaman kedua *image making* merupakan tahapan dimana siswa membuat pemahaman dari pengetahuan sebelumnya dan menggunakannya dalam pengetahuan baru (Pirie&Kieren, 1994). Lapisan pemahaman ketiga *image having* merupakan tahapan dimana siswa sudah memiliki gambaran mengenai suatu topik dan membuat gambaran mental mengenai topik itu tanpa harus mengerjakan contoh-contoh (Pirie&Kieren, 1994; Manu,2005). Lapisan pemahaman keempat *property noticing* merupakan tahapan dimana siswa mampu mengkombinasikan aspek-aspek dari sebuah topik untuk

membentuk sifat spesifik terhadap topik itu (Pirie&Kieren,1994). Lapisan pemahaman kelima *formalizing* merupakan tahapan dimana siswa membuat abstraksi suatu konsep matematika berdasarkan sifat-sifat yang muncul (Pirie&Kieren,1994). Siswa mampu memahami sebuah definisi atau algoritma formal konsep matematika (Parameswaran, 2010). Lapisan pemahaman keenam *observing* merupakan tahapan dimana siswa mengkordinasikan aktivitas formal pada level *formalizing* sehingga mampu menggunakannya pada permasalahan terkait yang dihadapinya (Pirie&Kieren,1994), siswa juga mampu mengaitkan pemahaman konsep matematika yang dimilikinya dengan struktur pengetahuan baru (Parameswaran, 2010). Lapisan pemahaman ketujuh *structuring*. merupakan tahapan dimana siswa mampu mengaitkan hubungan antara teorema satu dengan teorema lainnya dan mampu membuktikannya dengan argument yang logis (Pirie&Kieren,1994). Siswa juga mampu membuktikan hubungan antara teorema yang satu dengan lainnya secara aksiomatik (Pirie&Kieren,1994). Lapisan pemahaman kedelapan *inventising* merupakan tahapan dimana siswa memiliki sebuah pemahaman terstruktur lengkap dan mampu menciptakan pertanyaan-pertanyaan baru yang tumbuh menjadi sebuah konsep yang baru (Pirie & Kieren, 1994). Pemahaman matematis siswa tidak terbatas dan melampaui struktur yang ada sehingga mampu menjawab pertanyaan "what if?" (Meel, 2005). Keterkaitan antara APOS dari Dubinsky dan teori pemahaman Pirie&Kieren dapat disajikan

berikut ini; Aksi setara dengan *Primitive knowing* dan *Image making*, Proses setara dengan *Image having* dan *property noticing*, Aksi setara dengan *Formalizing* dan *Observing*, Skema setara dengan *Structuring* dan *Inventising*.

Selanjutnya menurut Piere & Kieren (1994), meskipun pemahaman konsep seseorang bertumbuh dari lapisan terdalam (*primitive knowing*) menuju ke lapisan terluar (*inventising*), akan tetapi ada kalanya seseorang kembali ke lapisan lebih dalam ketika menghadapi masalah. Aksi kembali ke lapisan yang lebih dalam ini disebut *folding back*. Menurut Martin(2008) & Susiswo(2014) ada empat kemungkinan bentuk kembalinya subjek ke lapisan pemahaman yang lebih dalam yaitu; "bekerja pada lapisan yang lebih dalam", "mengumpulkan lapisan yang lebih dalam", "keluar topik", dan "menyebabkan diskontinu". Subjek mengalami *folding back* bentuk pertama yaitu "bekerja pada lapisan yang lebih dalam" terjadi karena keterbatasan pemahamannya yang ada pada lapisan yang lebih luar sehingga subjek kembali ke lapisan yang lebih dalam tanpa keluar topik dan bekerja disana menggunakan pengetahuan yang sudah ada. Subjek mengalami *folding back* bentuk kedua yaitu "mengumpulkan lapisan yang lebih dalam" ketika subjek berusaha untuk mendapatkan pengetahuan sebelumnya untuk tujuan tertentu dengan membaca kembali dengan cara baru. Subjek mengalami *folding back* bentuk ketiga yaitu "keluar dari topik" ketika terjadi dimana subjek mengalami *folding back* ke *primitive knowing* dan bekerja pada

perluasan topik lain secara efektif tetapi terpisah dengan topik utama. Subjek mengalami *folding back* bentuk keempat yang “menyebabkan diskontinu” terjadi ketika subjek kembali ke lapisan yang lebih dalam tetapi tidak berelasi dengan pemahamannya yang ada, dalam proses ini terjadi, dimana subjek tidak dapat memandang relevansi atau koneksi antara pemahamannya yang ada dengan aktivitas baru atau masalah yang sedang dikerjakan. Dengan demikian pertumbuhan pemahaman yang dimaksud oleh Piere & Kieren tidak linier. Sehubungan dengan itu, ada *folding back* yang berhasil memperluas pengetahuan, dan sebaliknya ada *folding back* yang tidak efektif memperluas pemahaman subjek. Aksi mundurnya dari lapisan lebih luar ke lapisan lebih dalam, kemudian kemungkinan berbalik maju ke lapisan lebih luar, dapat digambarkan berupa “lintasan *folding back*”.

### Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah kualitatif, karena data diperoleh melalui proses pengamatan terhadap perilaku subjek yang menghasilkan data deskriptif, berupa lisan, tulisan dan aksi lainnya. Penelitian kualitatif lebih menonjolkan proses dan makna dalam prespektif subjek. Oleh sebab itu kehadiran peneliti berfungsi sebagai instrumen sekaligus penafsir. Proses dan data yang diperoleh akan bermakna setelah diolah dan dianalisis oleh peneliti. Pendekatan penelitian yang diterapkan adalah deskriptif karena bertujuan mengeksplorasi dan mendeskripsikan profil pemahaman mahasiswa calon guru. Instrumen

bantu yang digunakan adalah soal Tugas Lapisan Pemahaman Konsep (TLPK) berikut ini : “Diberikan persamaan fungsi  $-2 \leq x \leq 3$ ; a) Tentukanlah turunan pertama dan turunan kedua dari fungsi  $f$ , b) Tentukanlah interval naik dan interval turun grafik fungsi  $f$ , c) Tentukanlah titik maksimum dan minimum fungsi  $f$ , d) Tentukanlah titik belok grafik fungsi  $f$ , e) Gambarkanlah grafik fungsi  $f$ ”. Soal ini diberikan kepada subjek untuk dikerjakan, kemudian dilakukan wawancara berbasis lembar kerja tersebut, diperoleh data berupa lembar kerja pada saat wawancara dan hasil wawancara yang ditranskripsi, setelah divalidasi data itu dianalisis. Peneliti menjadi instrumen utama dalam pengumpulan data dan analisis, karena kehadiran peneliti tidak dapat diwakilkan kepada orang lain, peneliti harus mengumpulkan data melalui wawancara berbasis tugas, memeriksa keabsahan data yang diperoleh, mengkategorikan atau mengklasifikasi, mereduksi, menyajikan dan menafsirkan data hingga mengambil kesimpulan.

Penelitian ini mengungkap profil lapisan pemahaman konsep fungsi mahasiswa calon guru. Konsep turunan fungsi dibatasi pada pengertian fungsi, rumus-rumus dasar turunan fungsi, turunan fungsi polinom, menentukan titik-titik ekstrim fungsi, menggambarkan grafik fungsi polinom. Profil lapisan pemahaman diungkap dengan berpandu kepada model pemahaman Piere & Kieren (1994) yang telah dikembangkan beberapa ahli dan peneliti psikologi kognitif, juga mengacu kepada bentuk *folding back* yang dianjurkan

dan digunakan oleh Martin (2008). Indikator-indikator lapisan pemahaman serta *folding back* telah dikaji dan telah disusun dan ditabulasi serta diadaptasi terhadap soal yang dipersiapkan untuk wawancara pendalaman terhadap subjek. Apabila dibandingkan dengan ciri penelitian kualitatif yang dimaksud oleh Moleong(2010), penelitian ini memenuhi sebagai penelitian kualitatif, karena pertama: mempelajari profil lapisan pemahaman turunan fungsi yang merupakan bagian penting kehidupan masyarakat (mahasiswa calon guru) dan dalam kondisi dunia nyata, kedua: mewakili pandangan dan aspirasi masyarakat (khususnya mahasiswa calon guru), ketiga: meliputi kondisi kontekstual yaitu mahasiswa prodi Pendidikan Matematika yang telah lulus mata kuliah Kalkulus I, keempat: menyumbangkan wawasan tentang profil pemahaman konsep turunan fungsi mahasiswa yang ada yang membantu menjelaskan perilaku sosial manusia (khususnya mahasiswa calon guru), dan kelima : menggunakan lebih dari satu sumber bukti, yaitu data tertulis, data lisan, data aksi subjek dan dokumentasi.

### Pembahasan

Soal TLPK telah dikerjakan oleh subjek perempuan dan laki-laki yang terpilih dari mahasiswa calon guru berkemampuan matematika tinggi, kemudian dilakukan wawancara berbasis TLPK dan lembar kerja, maka diperoleh data berupa lembar kerja pada saat wawancara dan transkrip wawancara.

Subjek perempuan dan laki-laki memiliki indikator-indikator pemahaman pada

lapisan *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalising*, *observing* dan *structuring*. Selanjutnya pada lapisan terakhir kedelapan *inventising*, kedua subjek hanya mencapai indikator pertama, ditambah dengan kemampuan “memberikan pertanyaan tentang menggambarkan grafik fungsi polinom derajat tiga yang akan diberikan kepada muridnya” yang ini mengarah kepada indikator kedua. Sementara itu indikator ketiga pada lapisan ini juga tidak dicapai oleh subjek. Sehingga kedua subjek dapat dimasukkan ke dalam kategori lapisan pemahaman *oida inventising*.

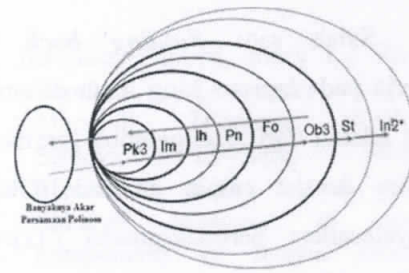
Perbedaan kedua subjek terjadi pada 10 (sepuluh) item proses pencapaian indikator-indikator pemahaman, diantaranya; subjek perempuan sebelum menggambarkan grafik diawali dengan menuliskan persamaannya penentuan titik-titik potong, kemudian uji tanda interval-interval, dilanjutkan dengan menggambar grafik. Sebaliknya subjek laki-laki terkadang mendahului dengan menggambar grafik, menuliskan persamaannya, kemudian dilanjutkan dengan penentuan titik-titik potong dan uji tanda interval-interval untuk meyakinkan kebenaran gambar grafiknya. Perbedaan lainnya, sebelum menggambarkan grafik fungsi  $f(x)$  polinom derajat tiga, tidak berusaha untuk mencari titik maksimum/minimum karena sudah terlebih dahulu disimpulkannya bahwa mencari penyelesaian persamaan  $f'(x)$  adalah sulit, sehingga dilakukannya uji tanda tiap interval tanpa menerapkan turunan. Sementara subjek laki-laki, sebelum menggambarkan grafik

fungsi  $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)x$  diusahakan menentukan interval naik dan titik maksimum/minimum dengan menyelesaikan pertidaksamaan  $f'(x)>0$  dan  $f'(x)<0$ , juga persamaan  $f'(x)=0$ . Karena akar-akar yang ditemukannya tidak rasional, disimpulkannya bahwa sulit menentukan titik puncaknya. sehingga lebih mudah menggambarannya dengan cara uji tanda tiap interval.

**Folding Back yang Dilakukan Subjek Perempuan dan Laki-laki**

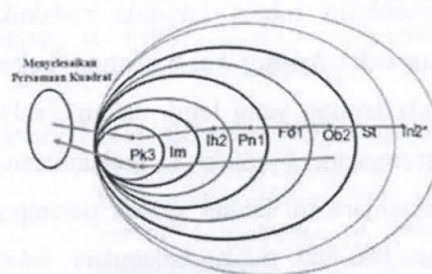
Subjek perempuan melakukan dua kali *folding back* bentuk “keluar topik”, sementara subjek laki-laki melakukannya satu kali. Subjek perempuan tidak melakukan *folding back* bentuk “bekerja pada lapisan lebih dalam”, sementara itu subjek laki-laki melakukannya dua kali. Kedua subjek tidak melakukan *folding back* bentuk “menyebabkan diskontinu”.

Salah satu *folding back* bentuk “keluar topik” subjek perempuan yakni dari “menjelaskan sifat-sifat grafik fungsi polinom derajat empat (Ob3)” ke “menyelesaikan topik persamaan  $f'(x)=0$  untuk menentukan titik maksimum/minimum(Pk3)”, dan “keluar topik” ke “akar-akar persamaan polinom”, kemudian berbalik maju ke Pk3, berlanjut ke Ob3 dan berlanjut ke lapisan lebih luar. Gambar lintasan *folding back* bentuk “keluar topik” tersebut adalah

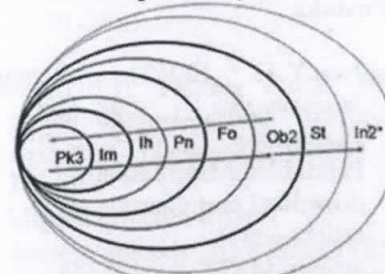


Gambar Lintasan *Folding back* bentuk “keluar topik” Subjek Perempuan

*Folding back* bentuk “keluar topik” yang dilakukan subjek laki-laki yakni dari “menggambar grafik fungsi polinom derajat tiga pertama (Ob2)” ke “menyelesaikan persamaan  $f'(x)=0$  untuk menentukan titik maksimum/minimum (Pk3)” berlanjut “keluar topik” ke “menyelesaikan persamaan kuadrat”, kemudian kembali berbalik maju ke Pk3, lh2, Fo1, Ob2 dan berlanjut ke lapisan lebih luar. Gambar 2 adalah lintasan *folding back* bentuk “keluar topik” tersebut.



Gambar Lintasan *Folding back* bentuk “keluar topik” Subjek Laki-laki



Gambar Lintasan *Folding back* bentuk “bekerja pada lapisan lebih dalam” Subjek Laki-laki

Salah satu *Folding back* bentuk “bekerja pada lapisan yang lebih dalam” yang kedua adalah dari “menggambar grafik fungsi polinom derajat empat pertama (Ob2)” ke “menyelesaikan pertidaksamaan  $f(x)>0$  dan  $f(x)<0$  untuk menentukan interval fungsi naik dan turun (Pk3)”, kembali ke Ob2 dan berlanjut ke lapisan lebih luar. Gambar 3 adalah lintasan *folding back* tersebut.

### Simpulan

- a. Subjek perempuan dan laki-laki mencapai lapisan pemahaman yang sama yaitu *oida inventising*, akan tetapi keduanya berbeda dalam proses pencapaian lapisan tersebut.
- b. Subjek perempuan melakukan dua kali *folding back* bentuk “keluar topik”, dan subjek laki-laki melakukannya satu kali. Sebaliknya subjek laki-laki melakukan dua kali *folding back* bentuk “bekerja pada lapisan yang lebih dalam”, subjek perempuan tidak melakukannya. Sementara itu kedua subjek perempuan dan laki-laki tidak melakukan *folding back* bentuk “menyebabkan diskontinu”.

### Daftar Pustaka

- Asmaningtyas, Y.T (2012). *Kemampuan Matematika Laki-laki dan Perempuan*, Jurnal Pendidikan Matematika. download.portalgaruda.org/article.php?article=115727&val=5278
- Cai, Lane, Jacobcsin (1996). “Assesing Students’ Mathematical Communication”. Official Journal of Science and Mathematics. 96(5).
- Dubinsky & McDonald (2001) *APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. Dalam D.Holton (Ed.) The Theaching and Learning of Mathematic at University Level: An ICMI Study (hlm 273-280) Dordrecht, NL:Kluwer*
- Dubinsky, E & Wilson, Robin (2013) “High School Students’ Understanding of the Function Concept”. *the Journal of Mathematical Behavior* 32 (2013) 83 101. For a pre-publication draft PDF, <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0732312312000582>
- Herscovics, N.& Bergeson, J.C.(1983). *Models of Understanding. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik* (February), 75-88
- Hudojo, Herman (2002). *Representasi Belajar Berbasis Masalah. Jurnal Matematika dan Pembelajarannya*. ISSN: 085-7792. Volume viii, edisi khusus.
- Jones, B.F., & Knuth, R.A. (1991). *What does Research Say about Mathematics?* [on-line]. Available: [http://www.ncrl.org/sdrs/areas/stw\\_esys/2math.html](http://www.ncrl.org/sdrs/areas/stw_esys/2math.html).
- Katsberg (2002) *Understanding Mathematical Concepts : The Case of University Logarithmic Function. Dissertation. Departement of Mathematics Lulea. Online.* [http://jwilson.coe.uga.edu/pers/katsberg\\_signe\\_e\\_200205\\_phd.pdf](http://jwilson.coe.uga.edu/pers/katsberg_signe_e_200205_phd.pdf), diakses 20-01-2015
- Maharaj, A.(2003) “An APOS Analysis of Students’ Understanding of the Concept of a Limit of a Function”, School of Mathematical Sciences University of KwaZulu Natal [maharaja32@ukzn.ac.za](mailto:maharaja32@ukzn.ac.za)

[http://www.amesa.org.za/amesap\\_n7\\_1\\_a5.pdf](http://www.amesa.org.za/amesap_n7_1_a5.pdf)

- Manu(2005) *Language Switching and Mathematical Understanding in Tongan Classrooms: An Investigation. Journal of Educational Studies*. Vol 27, Nomor 2, diakses 6 Maret 2015
- Martin, Lyndon (2008) *Folding Back and Growth of Mathematical Understanding in Workplace Training*, dimuat dalam Journal online Research Gate [http://www.researchgate.net/publication/239918621\\_Folding\\_Back\\_and\\_the\\_Growth\\_of\\_Mathematical\\_Understanding\\_in\\_Workplace\\_Training](http://www.researchgate.net/publication/239918621_Folding_Back_and_the_Growth_of_Mathematical_Understanding_in_Workplace_Training). diakses 20 Januari 2015
- Meel, D.E.(2003) *Model and Theories of Mathematical Understanding: Comparing Pirie-Kieren's Model of the Growth of Mathematical Understanding and APOS Theory. CMBS Issues in Mathematical Education*. Volume 12, 2003
- Moleong, J.(2010) *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Edisi Revisi. Bandung. PT Remaja Rosdakarya
- Mousley, J.(2005) *What Does Mathematics Understanding Look Like?* Makalah disajikan pada Annual Convergence Held at RMIT, Melbourne, 7-9 Juli 2005 (Online), ([www.merga.net.au/documents/RP622995.pdf](http://www.merga.net.au/documents/RP622995.pdf)). Diakses 12 Januari 2015.
- Parameswaran, R(2010) *Expert Mathematicians Approach to Understanding Definition, The Mathematic Educator* Vol 20, Number 1:45-51
- Pirie, S.&Kieren, T. (1994) *Growth in Mathematical Understanding: How we Can Characterize it and How can Represent it. Education Studies in Mathematics* Volume 9:160-190
- Radua, Joaquim; Phillips, Mary L.; Russell, Tamara; Lawrence, Natalia; Marshall, Nicolette; Kalidindi, Sridevi; El-Hage, Wissam; McDonald, Colm; et al. (2010). "Neural response to specific components of fearful faces in healthy and schizophrenic adults". *NeuroImage* 49(1):939946. doi:10.1016/j.neuroimage.2009.08.030. PMID 19699306
- Santos, A.G, Thomas, M.O.J (2003) "The Growth of Schematic Thinking about Derivative", The Journal of Mathematical Education University of Auckland
- Sfard, Anna. (2000). *On reform movement and the limits of mathematical discourse. Mathematica l Thinking and Learning*, MathEd.net 157-189.
- Skemp, R.(1976). *Relational Understanding and Instrumental Understanding. Mathematics Teaching*, 77:20-26
- Skemp, R. (1987) *Symbolic Understanding: Mathematics Teaching*, 99:59-61
- Slaten (2011) *Effective Folding Back via Student Research of the History of Mathematics. Proceedings of the 13<sup>th</sup> Annual Convergence of Research in Undergraduate Mathematics Education*. Online. <http://sigmaa.maa.org/rume/crume2010/Archive/Slaten.pdf>, diakses 02-01-2015
- Susiswo (2014) *Folding back Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Limit, Disertasi, Universitas Negeri Malang*. Jurnal online. <http://teqip.com/wp-content/uploads/2014/12/MATEMATIK-A-1-hal.-1-153.pdf> diakses 10-02-2015