

Kerangka Teori untuk Peranan Penalaran Matematika pada Pembelajaran Algoritma Komputasi

Sulis Janu Hartati
Universitas Dr. Soetomo Surabaya; sulis.janu@unitomo.ac.id

Abstrak

Abstrak Diskusi pada makalah ini bertujuan untuk mengeksplorasi peranan penalaran matematika pada pembelajaran algoritma komputasi. Hasil diskusi akan digunakan untuk membuat desain konten pembelajaran penalaran matematika bagi peserta didik dengan kemampuan matematika rendah, namun harus belajar algoritma komputasi. Oleh karena itu, target diskusi adalah ditemukan karakteristik penalaran matematika yang diperlukan untuk pembelajaran algoritma komputasi. Metode yang digunakan adalah kajian pustaka, menggunakan penalaran deduktif dan induktif sebab akibat. Pertanyaan yang diajukan pada makalah ini adalah apa karakteristik penalaran matematika yang dibutuhkan siswa dalam pembelajaran algoritma komputasi. Hasil kajian menunjukkan bahwa karakteristik penalaran matematika yang dibutuhkan dalam pembelajaran algoritma komputasi adalah penalaran matematika kreatif bukan imitasi. Penalaran matematika kreatif dibutuhkan untuk menyusun model aljabar dari suatu masalah komputasi, khususnya model aljabar dalam bentuk fungsi eksplisit. Selain itu, Penalaran matematika kreatif juga dibutuhkan untuk menyusun logika berupa induksi sebab akibat yang digunakan untuk mendesain proses percabangan, perulangan, serta kombinasi keduanya. Proses percabangan dan perulangan merupakan proses inti dalam otomasi menggunakan mesin komputer.

Kata Kunci: *Penalaran Matematika, Algoritma Komputasi, Penalaran Matematika Kreatif, Percabangan, Perulangan.*

1. Pendahuluan

Usaha untuk memperbaiki kemampuan mahasiswa menyusun algoritma komputasi sudah mulai dilakukan sejak tahun 2013 [1], sampai dengan 2016 [2]. Satu diantara usaha tersebut adalah membuat perangkat lunak pembelajaran berbasis multimedia. Namun demikian, hasilnya belum bisa memenuhi harapan [3]. Beberapa kesulitan mereka meliputi: (1) membuat persamaan matematika sebagai model proses otomasi, (2) memilih logical connectivity untuk menentukan proses perulangan atau percabangan [3]. Hal ini disebabkan, media pembelajaran yang sudah dirancang baru memperhatikan kebutuhan pemahaman tingkat aksi dan proses menurut teori APOS [4].

Di sisi lain, pengetahuan untuk menyusun algoritma komputasi adalah pengetahuan konseptual. Pernyataan tersebut didukung oleh hasil kajian teoritis yang menyatakan bahwa karakteristik pengetahuan untuk menyusun algoritma komputasi tergolong sebagai pengetahuan konseptual dan metakognitif [2]. Menurut Skemp (1982), untuk mempelajari pengetahuan konseptual dan metakognitif dibutuhkan kemampuan matematika, satu diantaranya adalah penalaran matematika. Pernyataan Skemp [5] tersebut dibuktikan oleh Hartati [2], bahwa pengetahuan dasar yang harus dimiliki untuk belajar algoritma komputasi adalah penalaran matematika.

2. Penalaran Matematika

Penalaran matematika adalah ide dasar dalam pembuktian matematika. Penalaran matematika berguna untuk mengembangkan keterampilan dalam menyusun pernyataan matematika [6], seperti proposisi. Sebuah proposisi adalah kalimat yang benar atau salah, tetapi tidak bisa bernilai keduanya pada saat atau kondisi yang sama. Contoh proposisi adalah: jika x dan n adalah sembarang bilangan bulat yang memenuhi persamaan $x = 2n+1$, maka x adalah bilangan ganjil. Nilai proposisi tersebut adalah benar dan tidak mungkin salah.

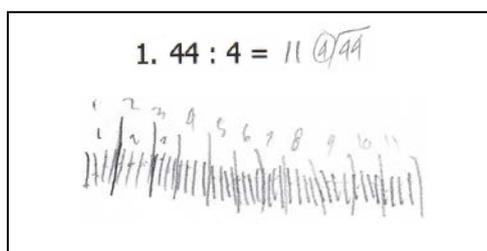
Kerangka teori penalaran matematika pada makalah ini didasarkan pada perbedaan karakteristik penalaran matematika imitasi dan kreatif. Karakteristik penalaran matematika imitasi dihasilkan oleh pembelajaran rutinitas [7](Lithner, 2008). Ciri-ciri penalaran matematika imitasi adalah: (1) pemilihan strategi berdasarkan ingatan, kemudian diimplementasikan dengan cara menulis atau menyusun ulang, (2) pemilihan strategi berdasarkan urutan langkah, tidak membuat solusi baru walaupun mungkin argumentasi prediksi berbeda dari yang sudah ada, serta menghindari terjadi kesalahan.

Contoh penalaran matematika imitasi pada pembelajaran matematika adalah ketidak mampuan siswa membedakan situasi pembagian partitif dan kuotitif [8]. Pada tulisannya, ia memberikan contoh situasi kuotitif seperti berikut ini.

“Ada 130 siswa dan guru dari Sekolah Marie Curie akan berangkat piknik. Setiap bis sekolah memuat 50 penumpang. Berapa banyak bis yang mereka butuhkan?”.

Hasil penelitian sungguh mengejutkan, hanya 35% siswa kelas VI, 30 % siswa kelas VII, dan 22 % siswa kelas VIII yang menjawab dengan benar. Kebanyakan siswa menjawab “dibutuhkan bis sebanyak 2.6”. Jawaban tersebut diperoleh dengan cara membagi langsung bilangan 130 dengan 50.

Penalaran matematika imitasi, jika dikaitkan dengan teori APOS [9][10][11][12], masuk pada tingkatan aksi. Sebagaimana hasil penelitian Hartati [13], yang menemukan bahwa siswa taktil menyelesaikan soal pembagian dengan menggunakan bantuan gambar lidi, disajikan pada gambar 1 berikut ini.



Gambar 1: Lembar Jawaban Menyelesaikan Soal Pembagian Menggunakan Gambar Lidi [13]

Deskripsi pengamatan perilaku siswa taktil menyelesaikan soal “44:4” dengan gambar lidi adalah sebagai berikut [13].

“Menggambarkan lidi sebanyak 44 buah lidi, sambil bicara 1, 2, 3, 4 sampai 44, kemudian mengelompokkan lidi, setiap kelompok berisi 4 buah lidi. Dilanjutkan dengan membuat pembatas kelompok, setiap kelompok diberi nomor mulai 1, 2, sampai dengan 11. Kemudian menuliskan jawaban 11”.

Deskripsi dan gambar di atas menunjukkan bahwa siswa menggunakan konsep prosedur pembagian bersusun, yaitu pengurangan berulang walau caranya berbeda dengan prosedur pembagian bersusun.

Berdasarkan kajian di atas, proposisi penalaran matematika imitasi pada makalah ditetapkan seperti berikut ini.

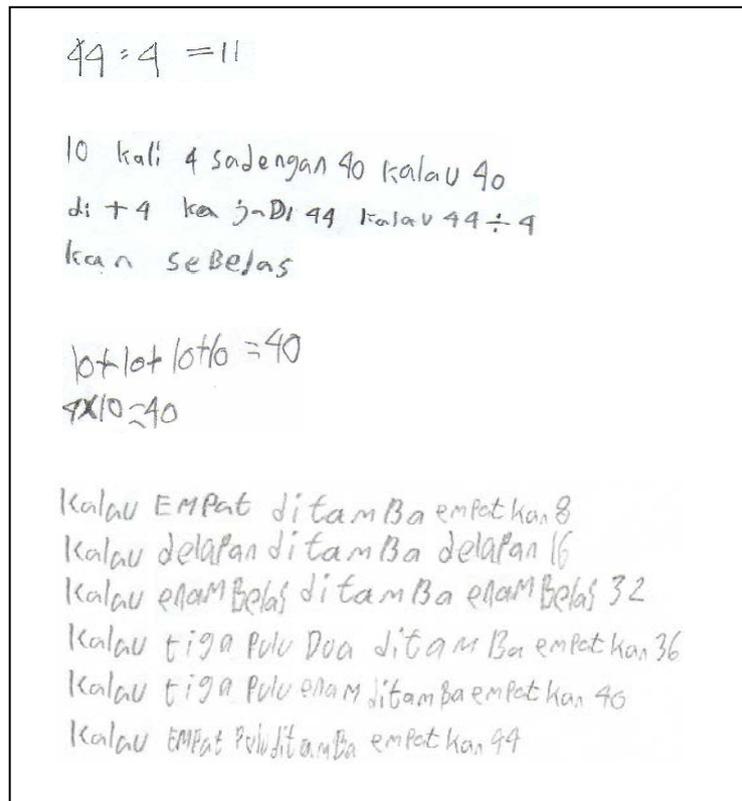
P1: Penalaran matematika imitasi adalah penalaran matematika yang memuat dua cirri, yaitu: (1) pemilihan strategi berdasarkan ingatan, (2) urutan langkah yang disusun untuk mengimplementasikan strategi tidak mengandung unsur kebaruan.

Penalaran matematika kreatif dikaitkan dengan pemahaman relational [7]. Pemahaman relasional akan menghasilkan pengetahuan relasional pula. Menurut Skemp [5], pengetahuan “relasional” adalah pengetahuan yang diperoleh dengan cara mencari relasi satu konsep dengan konsep yang lain. Kekuatan pemahaman relasional terletak pada kemampuan menggabungkan dan menghubungkan beberapa pengalaman yang berbeda-beda, serta mengklasifikasikannya. Dengan demikian, penalaran matematika kreatif jika dihubungkan dengan pemecahan masalah matematika akan menghasilkan solusi yang memuat unsur kebaruan yang merupakan hasil dari penggabungan pengalaman yang berbeda, fleksibel atau luwes, serta lancar atau runtun [8]. Fleksibel artinya memiliki solusi lebih dari satu karena mampu menghubungkan satu pengalaman dengan lainnya.

Oleh karena itu, Lithner [7] memberikan cirri-ciri penalaran matematika kreatif adalah: ada unsur kebaruan, logis atau masuk akal, menggunakan dasar matematis. Ciri unsur kebaruan adalah individu membuat sederetan penalaran baru dan melupakan yang pernah dibuatnya. Logis atau masuk akal, maksudnya terdapat beberapa argument yang mendukung pemilihan strategi dan hasil implementasinya benar atau masuk akal. Dasar matematis, maksudnya argument yang dibuat selama proses penalaran melekat pada sifat-sifat intrinsik matematika

Contoh penalaran matematika kreatif pada pembelajaran matematika adalah kemampuan siswa membedakan situasi pembagian partitif dan kuotitif [8]. Ciri penalaran matematika kreatif, jika dikaitkan dengan teori APOS [9][10][11][12], masuk pada tingkatan skema. Hartati [13] menemukan bahwa siswa visual menyelesaikan soal pembagian dengan membuat sederetan penalaran baru dan melupakan yang pernah dibuatnya. Penjelasan yang diberikan logis, hasilnya benar, sebagaimana pada hasil pengamatan dan deskripsi saat wawancara.

Hasil pengamatan menunjukkan bahwa, semua perhitungan untuk mendapatkan hasil pembagian dilakukannya dalam pikiran subjek, dengan alat bantu jari-jari tangan, namun nyaris tidak terlihat. Penggalan lewat wawancara ditemukan bahwa subjek dapat menjelaskan hasil pekerjaannya dengan runtun dan jelas, dengan cara berbeda antara satu penjelasan dengan penjelesannya lainnya. Awalnya, dengan cara perkalian, kemudian dengan penjumlahan menggunakan pola tertentu. Penjelasan tersebut seperti yang disajikan pada gambar 2 berikut ini.

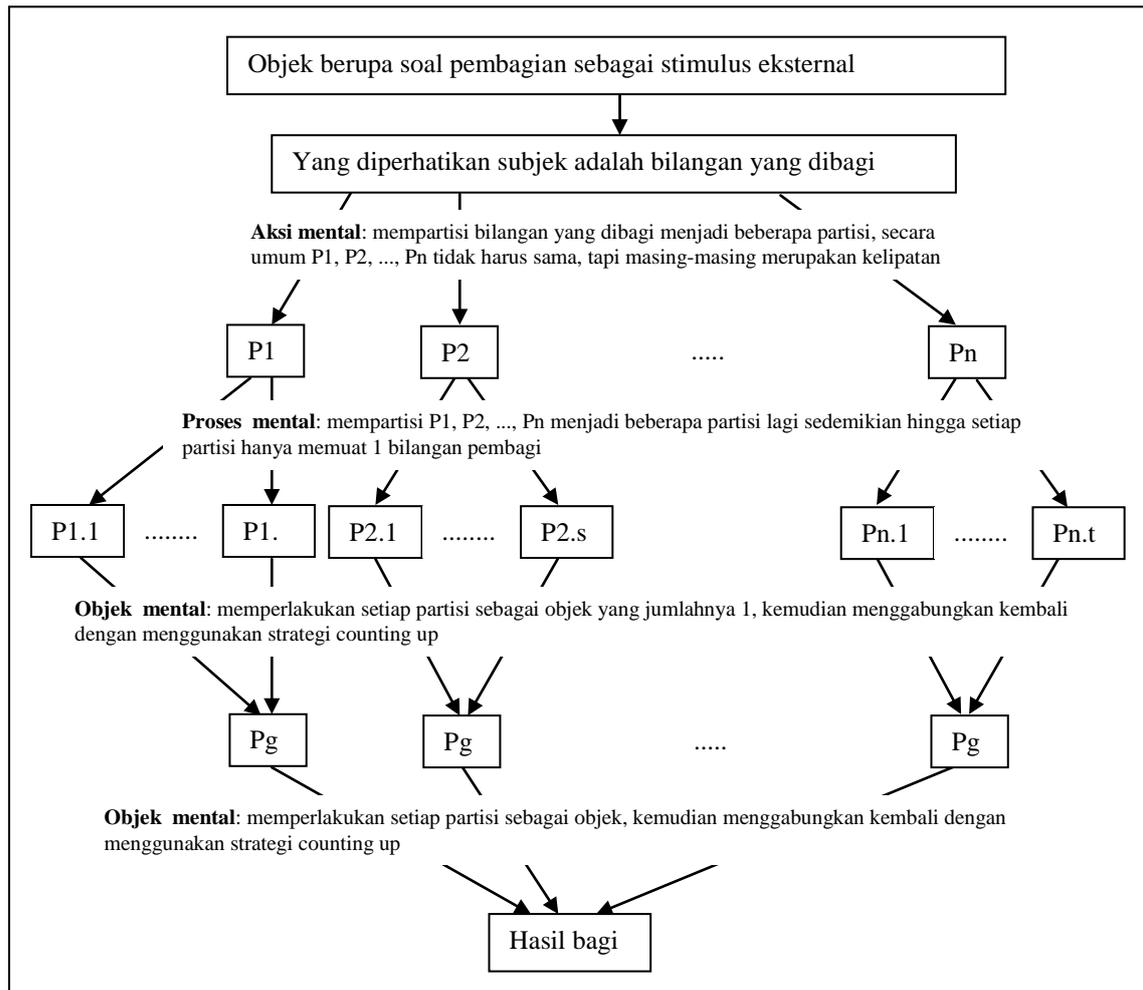


Gambar 2: Lembar Jawaban Siswa Visual [13]

Hasil tersebut menurut teori APOS menunjukkan bahwa, subjek memandang 'bilangan yang dibagi' sebagai objek, sehingga setiap menjumpai bilangan bernilai besar dibanding dengan bilangan pembagi, subjek kemudian melakukan partisi terhadap bilangan yang dibagi menjadi beberapa bilangan pembagi atau kelipatan dari bilangan pembagi. Selanjutnya mejumlahkan hasil pembagian pada setiap partisi. Ini menunjukkan bahwa subjek memandang hasil pembagian di setiap partisi sebagai objek yang dapat digabungkan dengan hasil pembagian partisi lain, menggunakan strategi *counting up*. Ini menunjukkan bahwa subjek mampu mengkonstruksi kembali langkah-langkah transformasi lain. Dengan kata lain, subjek mampu mentransformasikan aksi dan proses menjadi objek. Sehingga skema proses berpikir subjek terhadap pemahaman konsep pembagian seperti pada gambar 3.

Berdasarkan kajian di atas, proposisi penalaran matematika kreatif pada makalah ditetapkan seperti berikut ini.

P2: Penalaran matematika kreatif adalah penalaran matematika yang memuat dua ciri, yaitu: (1) pemilihan strategi menggunakan dasar matematis, (2) urutan langkah yang disusun untuk mengimplementasikan strategi mengandung unsur kebaruan, (3) penjelasan disusun secara logis dan runtun.



Gambar 3: Skema Konsep Pembagian Bersesuaian Dengan Konsep Partisi [13]

2. Pengetahuan pada Algoritma Komputasi

Pengetahuan digolongkan menjadi empat, yaitu faktual, konseptual, prosedural, serta metakognisi [14]. Pengetahuan faktual adalah pengetahuan yang terpisah-pisah, satu pengetahuan dengan lainnya tidak terhubung, seperti bit-bit pada informasi [14]. Pengetahuan faktual dibedakan menjadi dua, yaitu terminology dan rincian elemen tertentu. Contoh terminology dalam algoritma komputasi adalah simbol, diantaranya adalah symbol variabel, simbol-simbol flowchart, operator, relasi. Contoh rincian elemen tertentu adalah penggolongan variable menjadi 3, yaitu: numeric, bukan numeric, dan Boolean. ,

Pengetahuan konseptual merupakan pengetahuan yang dibentuk dari keterhubungan antara elemen dasar dengan struktur yang lebih luas, sehingga membentuk suatu fungsi tertentu [15]. Pengetahuan ini meliputi: klasifikasi dan kategorisasi, prinsip dan generalisasi, teori, model, dan struktur. Contoh klasifikasi dan kategorisasi adalah data, konstanta, parameter, variabel, berbagai jenis proses pengolahan data, serta modularitas. Contoh prinsip dan generalisasi adalah prinsip membentuk modul, prinsip desain algoritma, serta prinsip *passing* parameter. Contoh

teori, model, dan struktur adalah: model flowchart percabangan, serta berbagai perulangan.

Pengetahuan prosedural adalah pengetahuan tentang bagaimana melakukan sesuatu [14][15]. Pengetahuan ini meliputi ketrampilan tertentu dan algoritma, teknik dan metode tertentu, criteria tertentu dalam menggunakan metode yang tepat. Contoh pengetahuan prosedural dalam algoritma komputasi adalah teknik pencarian dengan algoritma sequential search dan binary search, teknik pengurutan data dengan algoritma bubble sort, dan seterusnya.

Pengetahuan metakognitif adalah pengetahuan tentang kognisi secara umum, seperti kesadaran tentang sesuatu yang diketahuinya dan tidak, termasuk kognisi itu sendiri [14]. Pengetahuan metakognitif meliputi strategi. Pengetahuan ini terbukti dapat meningkatkan kesadaran proses berpikir [16]. Contoh, mahasiswa dapat merancang flowchart untuk suatu masalah tertentu dan dapat melakukan evaluasi terhadap flowchart yang sudah dirancangnya. Sehingga dia dapat menentukan nilai kebenaran rancangan flowchart yang disusunnya.

Algoritma komputasi adalah mata kuliah yang bertujuan memberikan kemampuan dasar pada mahasiswa dalam hal merancang algoritma yang disajikan dalam bentuk flowchart dan pseudoce untuk menyelesaikan masalah komputasi. Materi mata kuliah ini ditekankan pada pembuatan proses otomatisasi secara logika, yang disajikan dalam bentuk flowchart dan pseudoce [17]. Berdasarkan beberapa proposisi di atas, maka pengetahuan pada Algoritma Komputasi adalah pengetahuan metakognitif.

Berdasarkan kajian di atas, proposisi pengetahuan pada algoritma komputasi pada makalah ditetapkan seperti berikut ini.

P3: Pengetahuan pada algoritma komputasi adalah pengetahuan metakognitif.

3. Penalaran Matematika dan Pembelajaran Algoritma Komputasi

Menurut Farrell [17], ruang lingkup algoritma komputasi meliputi kemampuan merancang algoritma yang disajikan dalam bentuk flowchart dan pseudo code. Algoritma didefinisikan sebagai proses otomatisasi, untuk mentransformasikan masukan tertentu menjadi keluaran tertentu pula, menggunakan mesin computer, disajikan dalam flowchart dan pseudo code [4]. Rincian materi yang dipelajari meliputi: (1) pengolahan data, termasuk di dalamnya pendekatan modular, (2) variable sederhana dan array, parameter, data, konstanta, operator, serta logika matematika, (3) proses sekuensial, percabangan, perulangan, serta kombinasi dari ketiganya, (4) pengembangan algoritma menggunakan pendekatan flowchart dan pseudocode, serta (5) berbagai algoritma pencarian dan pengurutan [17][18][19][20].

Pembahasan pengolahan data dimulai dari penjelasan tentang bagian-bagian dari perangkat keras dan lunak untuk mengolah data, meliputi pengetahuan dasar tentang sistem computer, logika program sederhana, bahasa pemrograman, langkah-langkah membuat program, penyajian algoritma dengan pseudocode dan flowchart [17]. Mengolah data bertujuan mengubah data berdasarkan informasi yang dimasukkan ke dalam mesin computer menggunakan alat masukan, seperti key board, menjadi suatu luaran atau informasi tertentu. Dengan demikian, pengolahan data merupakan proses yang kompleks, dengan komponen terkecilnya adalah masukan, proses, serta luaran.

Komponen masukan berfungsi untuk memasukan data. Kemampuan dasar yang dibutuhkan untuk merancang komponen masukan adalah mengidentifikasi variable, meliputi: variable untuk memasukan data, memproses data, serta menampilkan data jika

diperlukan. Sebagai contoh, mahasiswa diberikan tugas untuk membuat algoritma autentifikasi penggunaan aplikasi. Untuk menyelesaikan tugas tersebut mahasiswa harus memahami fungsi autentifikasi. Kemudian, membuat prediksi kebutuhan variable beserta tipenya. Selanjutnya, mereka menyusun proses transformasi dari variabel masukan menjadi variable luaran. Contoh tersebut menunjukkan bahwa kemampuan untuk membuat algoritma autentifikasi bukanlah masalah rutin, karena dibutuhkan kemampuan untuk memprediksi kebutuhan variabel.

Komponen proses berfungsi mentransformasikan variable masukan menjadi luaran yang diharapkan. Transformasi terdiri dari beberapa instruksi. Berikut ini adalah contoh transformasi pada proses autentifikasi.

```
x='00123'; y='aku';  
input usName; password;  
if (usName=x) and (password=y) then  
  proses_1  
else print 'user name atau password';
```

Gambar 4. Contoh Transformasi pada Komponen Proses

Contoh pada gambar 4 menunjukkan bahwa kemampuan dasar yang dibutuhkan untuk merancang proses adalah pemahaman tentang penalaran matematika, meliputi: (1) menemukan persamaan aljabar yang sesuai dengan masalah yang diselesaikan, khususnya bentuk persamaan eksplisit, (2) menemukan bentuk implikasi yang tepat, serta (3) menemukan relasi dua proposisi yang cocok dengan permasalahan. Contoh persamaan aljabar eksplisit pada gambar 4 di atas adalah sebagai berikut.

$x='00123'; y='aku';$

Contoh implikasi pada gambar 4 di atas adalah: susunan **if** proposisi_1 **then** instruksi/proposisi **else** instruksi/proposisi, selengkapnya disajikan seperti berikut ini.

```
if (usName=x) and (password=y) then  
  proses_1  
else print 'user name atau password';
```

Contoh relasi pada gambar 4 di atas adalah sebagai berikut.

$(usName=x)$ **and** $(password=y)$

Pada contoh di atas, relasi yang digunakan “and”, relasi tersebut menghubungkan proposisi_1 ($usName=x$) dengan proposisi_2 ($password=y$). Dengan demikian sangat penting bagi peserta didik untuk dilatih penalaran matematika kreatif, karena membuat persamaan aljabar dari realitas membutuhkan strategi yang menggunakan dasar matematis dan selalu mengandung unsur kebaruan, serta membutuhkan penjelasan yang logis, demikian juga untuk membuat implikasi dan relasi.

Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian terhadap rancangan algoritma. Pengetahuan ini perlu dipelajari mahasiswa karena berdasarkan proposisi P3, pengetahuan pada algoritma komputasi adalah pengetahuan metakognitif. Sehingga tujuan pengujian adalah untuk memberikan jaminan bahwa algoritma yang disusun sudah valid dan reliable untuk dijadikan coding dalam bahasa pemrograman. Table berikut ini adalah contoh desain pengujian.

Tabel 1. Desain Pengujian dan Hasilnya

PERNYATAAN MATEMATIKA	AKSI	HASIL	KETERANGAN
Contoh 1			
Input usName;	02341	usName=' 02341'	Masukan data
Input password	abba	Password=' abba'	Masukan data
x='00123';	-	x='00123';	aksi oleh mesin
y='aku';	-	y='aku';	aksi oleh mesin
if (usName=x) and (password=y) then	-	False (false and false)	aksi oleh mesin
proses_1	-	-	-
else print 'user name atau password salah';	-	user name atau password salah	aksi oleh mesin
Contoh 2			
Input usName;	00123	usName='00123'	Masukan data
Input password	abba	Password=' abba'	Masukan data
x='00123';	-	x='00123';	aksi oleh mesin
y='aku';	-	y='aku';	aksi oleh mesin
if (usName=x) and (password=y) then	-	False (true and false)	aksi oleh mesin
proses_1	-	-	-
else print 'user name atau password salah';	-	user name atau password salah	aksi oleh mesin
Contoh 3.			
Input usName;	03121	usName='03121'	Masukan data
Input password	aku	Password='aku'	Masukan data
x='00123';	-	x='00123';	aksi oleh mesin
y='aku';	-	y='aku';	aksi oleh mesin
if (usName=x) and (password=y) then	-	False (false and true)	aksi oleh mesin
proses_1	-	-	-
else print 'user name atau password salah';	-	user name atau password salah	aksi oleh mesin
Contoh 4			
Input usName;	00123	usName='00123'	Masukan data
Input password	aku	Password='aku'	Masukan data
x='00123';	-	x='00123';	aksi oleh mesin
y='aku';	-	y='aku';	aksi oleh mesin
if (usName=x) and (password=y) then	-	True (true and true)	aksi oleh mesin
proses_1	-	Mengerjakan instruksi pada proses_1	aksi oleh mesin
else print 'user name atau password salah';	-	-	-

Kemampuan dasar yang dibutuhkan untuk merancang pengujian adalah pemahaman rancangan proses, khususnya yang berkaitan dengan pemilihan tipe variable, rancangan persamaan aljabar yang digunakan, rancangan implikasi, serta pemilihan relasi.

Pada contoh di atas, desain pengujian harus menggunakan empat urutan data, setiap urutan berbeda satu dengan lainnya, karena ada dua buah proposisi yang dihubungkan dengan menggunakan relasi 'and', yaitu (1) proposisi_1: usName=x, dan (2) proposisi_2: password=y, masing-masing proposisi mempunyai dua kemungkinan nilai, yaitu true atau false. Keempat kemungkinan tersebut disajikan pada tabel 2 berikut ini.

Tabel 1. Empat Kemungkinan yang Harus Diuji pada Rancangan Algoritma

NO	Kemungkinan Nilai a (x='00123')	Kemungkinan Nilai b (y='aku')	a and b
1.	False	False	False
2.	False	True	False
3.	True	False	False
4.	True	True	True

Penjelasan di atas menunjukkan bahwa, untuk membuat desain pengujian dibutuhkan pemahaman tentang dasar-dasar permutasi. Sehingga, pembuat desain pengujian membutuhkan beberapa kemampuan, meliputi: (1) memilih strategi yang menggunakan dasar matematis, (2) unsur kebaruan untuk melakukan implementasi strategi karena setiap permasalahan memiliki karakteristik yang unik, serta (3) membutuhkan penjelasan yang logis.

Dengan demikian, permasalahan pada algoritma komputasi merupakan permasalahan yang tidak rutin. Oleh karena itu, sebelum pembelajaran algoritma komputasi dimulai, peserta didik harus diberi dilatih membuat penalaran matematika kreatif.

3. Simpulan

Berdasarkan kajian teori dapat disimpulkan bahwa: (1) karakteristik penalaran matematika yang dibutuhkan dalam pembelajaran algoritma komputasi adalah penalaran matematika kreatif bukan imitasi, (2) Penalaran matematika kreatif dibutuhkan untuk menyusun persamaan aljabar, implikasi untuk proses percabangan, serta memilih relasi yang tepat untuk lebih dari satu proposisi, serta (3) untuk membuat pengujian algoritma.

Daftar Pustaka

- [1] Rahmawati and Hartati, S.J., 2013, The Application of Computer Aided Learning to Learn Basic Concepts of Branching and Looping on Logic Algorithm, *The International Journal of Multimedia & Its Applications (IJMA)* Vol.5, No.6, pp 15-24, ISSN: 0975-5934.
- [2] Hartati, S.J., 2016, A Study of Knowledge Categorization In Logic and Algorithms, 11th Annual Education and Development Conference. Bangkok: Tomorrow People.

- [3] Sulistiowati dan Hartati, S.J., 2015, *Penerapan TAM pada Pembuatan Aplikasi Multimedia untuk Belajar Logika dan Algoritma Berbasis Gaya Belajar*. Laporan penelitian hibah bersaing DIKTI, tahun ketiga (tidak diterbitkan).
- [4] Hartati, S.J., 2014, Design of Learning Model of Logic and Algorithms Based on APOS Theory. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*. Vol.3, No.2, pp 109 – 118, ISSN: 2252-8822.
- [5] Skemp, Richard R., 1982, *The Psychology Of Learning Mathematics*, Great Britain: Hazell Watson & Vney Ltd.
- [6] Eccles, P.J., 2007, *An Introduction to Mathematical Reasoning, number, sets and functions, Tenth Printing*. New York: Cambridge University Press.
- [7] Lithner, Johan, 2008, A research framework for creative and imitative reasoning, *Educational Studies in Mathematics*, 67:255-276.
- [8] Silver, E. A., 1986, *Using Conceptual And Procedural Knowledge: A Focus On Relationships*. In J. Hiebert (Ed.), "Conceptual And Procedural Knowledge: The Case Of Mathematics", (pp. 181-197), Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- [9] Asiala, M, et all., 2004, *A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education*. Indiana: Purdue University.
- [10] DeVries, David, 2004, Solution - What Does It Mean? Helping Linear Algebra Students Develop The Concept While Improving Research Tools, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*; 2; 55–62.
- [11] Dubinsky, E., 1988, A Theory And Practice Of Learning College Mathematics. In A. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical Thinking and Problem Solving*; vol; 221-243.
- [12] Tall, D. & Vinner, S., 1981, Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics* 1981; 12; 151-169.
- [13] Hartati, S.J., 2010, *Proses Berpikir Siswa Kelas III SD pada saat Mengkonstruksi Pemahaman Konsep Pembagian Ditinjau dari Perbedaan Gaya Belajar*, Laporan penelitian hibah Doktor DIKTI (tidak diterbitkan).
- [14] Anderson, J. & Karthwohl, 2001, *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing*, New York: Addison Wesley Longman, Inc.
- [15] Star, J.R., Stylianides, G.L., 2013, Procedural and Conceptual Knowledge: Exploring the Gap Between Knowledge Type and Knowledge Quality. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*. [Volume 13](#), Issue 2, 169-181, ISSN 1942-4051.
- [16] Caliskan, M., Sunbul, A.M., 2011, *The Effects of Learning Strategies Instruction on Metacognitive Knowledge, Using Metacognitive Skills and Academic Achievement (Primary Education Sixth Grade Turkish Course Sample)*. Dissertation: the Degree Doctor of Philosophy in the Selçuk University Faculty of Education, Department of Education Sciences, 42090 Meram Konya/Turkey.
- [17] Farrell, J., 2011, *Programming Logic and Design Introductory, sixth edition*, Canada: Course Technology.
- [18] Chaudhuri, A.B., 2005, *The Art of Programming Through Flowcharts and Algorithms*, Laxmi Publications.
- [19] Stern & Stern, 1979, *Principle of Data Processing, second edition*, Newyork: John Willey and Sons.
- [20] Knuth, D. E., 1997, *Art of Computer Programming, Volume 1: Fundamental Algorithms*, Newyork: John Willey and Sons.

Acknowledgement

Publikasi makalah dengan judul “Kerangka Teori untuk Peranan Penalaran Matematika pada Pembelajaran Algoritma Komputasi” dapat terlaksana karena dukungan penuh dari Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat – Direktorat Jenderal Penguatan Riset dan Pengembangan – Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi Republik Indonesia. Tulisan tersebut merupakan bagian tak terpisahkan dari penelitian dengan judul “Pengembangan Media Pembelajaran Penalaran Matematika pada Pembuatan Algoritma Komputasi berbasis Gaya Belajar dan Pendidikan Karakter”, yang mendapatkan hibah pendaan tahun 2017 dari DRPM Ditjen Penguatan Risbang Kemenristek Dikti Republik Indonesia.