

# SEMINAR NASIONAL MIPA 2012 dan WORKSHOP INSTRUMEN LABORATORIUM TERPADU FMIPA

## **TEMA :**

# **Laboratorium MIPA Terpadu Sebagai Pusat Pengembangan Penelitian**

Panitia Penyelenggara :  
Laboratorium Terpadu  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Surabaya

Pelindung dan Penanggung Jawab :  
Dekan FMIPA - UNESA

Edisi : Pertama  
Cetakan : Pertama, Nopember 2012  
Design : Tim Laboratorium Terpadu  
FMIPA - UNESA  
Layout : 1. Rusmini S.Pd, M.Si  
2. Soesilowati, ST

Editor :  
1. Tjipto Prastowo, Ph.D  
2. Dr. Sari Edi Cahyaningrum, M.Si  
3. Dra. Yuliani, M.Si  
4. Dr. R. Sulaiman, M.Si



Diterbitkan Oleh :  
FMIPA - UNESA

**ISBN : 978-602-17146-0-7**

## **KATA PENGANTAR**

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan YME atas berkah dan rahmatNya prosiding yang berisi kumpulan makalah hasil penelitian yang dihimpun dari Seminar Nasional MIPA dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu FMIPA Unesa 2012 dengan tema “Laboratorium MIPA Terpadu Sebagai Pusat Pengembangan Penelitian” dapat terselesaikan. Seminar Nasional MIPA dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu FMIPA Unesa 2012 merupakan bagian dari upaya yang luas akan pengembangan sains dan matematika serta penerapannya dan peningkatan kualitas pembelajaran berbasis hasil-hasil penelitian.

Prosiding ini memuat makalah utama dari pembicara utama dan makalah MIPA serta terapannya dari pemakalah pada sidang paralel. Prosiding Seminar Nasional ini merupakan salah satu bentuk pertanggungjawaban untuk menyebarluaskan dan menyumbangkan hasil-hasil pemikiran dan penelitian yang terangkum dalam makalah yang disajikan di sesi sidang paralel. Semoga yang diupayakan dalam seminar sampai terselesainya prosiding ini memiliki manfaat yang jauh lebih luas bagi upaya meningkatkan inovasi-inovasi baru dalam dunia penelitian baik penelitian MIPA dan terapannya, demi terciptanya bangsa yang mandiri dan bermartabat.

Pada kesempatan ini, tak lupa kami mengucapkan banyak terima kasih kepada Dekan FMIPA Unesa, Rektor Unesa, para sponsor yang telah mendukung terselenggaranya seminar ini, serta segenap panitia yang telah mempersiapkan dengan baik jauh-jauh hari demi terlaksananya Seminar Nasional MIPA dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu FMIPA Unesa 2012. Semoga terbitnya prosiding ini bermanfaat.

Panitia

**SAMBUTAN KETUA PANITIA SEMINAR NASIONAL MIPA 2012 DAN  
WORKSHOP INSTRUMEN LABORATORIUM TERPADU  
FMIPA UNESA, 24-25 NOVEMBER 2012**

**Assalamualaikum Wr Wb.**

Yth. Ibu Pembantu Bidang I Rektor Unesa, Prof. Dr. Kisyani, M.Hum  
Yth. Ibu Pembantu Bidang I Dekan FMIPA Unesa, Dr. Yuni Sri Rahayu, M.Si  
Yth. Pembicara Utama SNM 2012: Akhmad Sabarudin, D.Sc dan Ir. Anis Ernani, M.T  
Yth. Yang Mewakili PT Era Mitra Perdana  
Yth. Pemakalah, Partisipan, dan Peserta Workshop SNM 2012  
Yth. Sege nap Yang Hadir dalam SNM 2012

Perkenalkan kami mewakili semua anggota Panitia dan Komite Seminar Nasional MIPA dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu FMIPA Unesa menyampaikan sambutan sebelum acara inti dimulai.

Salah satu komponen penting yang dibutuhkan dalam upaya penguatan kapasitas lembaga baik dalam skala universitas maupun fakultas adalah tersedianya fasilitas, sarana dan prasarana yang dapat menunjang kegiatan Tridharma Perguruan Tinggi dalam bidang pendidikan, pengajaran, penelitian dan pengabdian kepada masyarakat. Dalam konteks ini, FMIPA Unesa mendirikan Laboratorium Terpadu pada tahun 2011 berlokasi di Gedung C12 yang memiliki struktur internal organisasi dipimpin oleh Ketua Laboratorium Terpadu yang dipilih dan diangkat oleh Pimpinan FMIPA dengan dibantu oleh 3 (tiga) orang ketua divisi, yaitu: Ketua Divisi Administrasi dan Logistik, Ketua Divisi Teknis, Jasa dan Layanan, dan Ketua Divisi Pengembangan dan Kerjasama. Sebagai bagian dari struktur organisasi FMIPA Unesa, Laboratorium Terpadu FMIPA memiliki visi dan misi serta komitmen terhadap pengembangan dan peningkatan kualitas pembelajaran ilmu MIPA melalui implementasi hasil-hasil penelitian berbasis laboratorium. Visi dan misi serta komitmen tersebut dirancang dengan spirit untuk mewujudkan lulusan yang berkualitas melalui program terpadu peningkatan mutu layanan pendidikan dan pengajaran MIPA, layanan kepada masyarakat melalui ketersediaan instrumen laboratorium yang layak dan memadai, serta peran aktif SDM yang profesional. Laboratorium Terpadu FMIPA secara aktif membangun kerjasama dengan berbagai pihak terkait baik dalam selingkung Unesa maupun di luar Unesa.

Sejalan dengan visi dan misi serta komitmen tersebut di atas, maka FMIPA Unesa menyelenggarakan Seminar Nasional MIPA dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu dengan tema: **Laboratorium MIPA Terpadu Sebagai Pusat Pengembangan Penelitian** selama 2 hari, 24-25 November 2012. Seminar Nasional MIPA dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu ini sekaligus juga untuk menyambut Dies Natalis Unesa yang ke 48. Forum seminar dan workshop ini diharapkan menjadi media yang efisien dan efektif bagi akademisi dan praktisi untuk menyampaikan dan saling bertukar ide-ide inovatif dan kreatif dalam upaya ikut berkontribusi pada pembangunan sumber daya manusia pendidikan tinggi. Dua orang pembicara utama pada Sidang Pleno dalam Seminar Nasional MIPA ini adalah Akhmad Sabarudin, D.Sc dari Universitas Brawijaya dan Ir. Anis Ernani, M.T dari Petrokimia Gresik. Selain itu, satu orang pembicara mewakili PT Era Mitra Perdana sebagai mitra penyelenggara kegiatan seminar dan workshop ini juga akan tampil pada sesi Sidang Pleno. Segera sesudah Sidang Pleno berakhir dan rehat untuk sholat Dzuhur dan makan siang, sesi paralel dalam bentuk presentasi dan diskusi terbatas dari 51 pemakalah yang dibagi berdasarkan 4 ruang lingkup penelitian MIPA dan MIPA terapan akan dimulai dengan menampilkan hasil-hasil penelitian MIPA dan terapannya berbasis kegiatan laboratorium sesuai dengan tema sentral kegiatan Seminar Nasional MIPA dan Workshop Instrumen

Laboratorium Terpadu FMIPA. Pada hari ke dua kegiatan, Minggu 25 November 2012, kami akan menyelenggarakan workshop instrumen SEM dan GCMS Laboratorium Terpadu FMIPA untuk 30 orang peserta workshop dengan narasumber Prof. Dr. Suyatno, M.Si dari Jurusan Kimia FMIPA Unesa dan Dr. Z. A. Imam Supardi, M.Si dari Jurusan Fisika FMIPA Unesa.

Akhirnya pada kesempatan yang baik ini, perkenankan kami mewakili seluruh anggota Panitia dan Komite Seminar Nasional MIPA dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu FMIPA menyampaikan ucapan terimakasih sebesar-besarnya kepada Yth. Ibu Pembantu Bidang I Rektor Unesa, Prof. Dr. Kisyani, M.Hum, yang berkenan hadir dan membuka acara ini mewakili Yth. Bapak Rektor Unesa, Prof. Dr. Muchlas Samani, M.Pd yang berhalangan, Yth. Ibu Pembantu Dekan I FMIPA, Dr. Yuni Sri Rahayu, M.Si, yang juga berkenan hadir, ucapan selamat datang dan berpartisipasi kepada semua tamu undangan, baik sebagai pemakalah, partisipan, maupun peserta workshop dalam Seminar Nasional MIPA dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu FMIPA. Kami menyampaikan permohonan maaf kepada semua pihak jikalau ada hal-hal yang kurang berkenan sebelum, selama dan sesudah acara ini diselenggarakan. Kami juga tidak lupa menyampaikan terimakasih kepada semua anggota Panitia dan Komite Seminar Nasional MIPA dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu FMIPA, serta kepada semua pihak yang telah ikut membantu dan berkontribusi sehingga acara ini dapat terselenggara dengan baik dan lancar. Amien.

**Wassalamualaikum Wr Wb.**

**Ketua Panitia SNM 2012 dan Workshop Instrumen  
Laboratorium Terpadu FMIPA Unesa**

**Tjipto Prastowo, Ph.D  
NIP 196702031995021001**

**SAMBUTAN REKTOR UNESA UNTUK PEMBUKAAN  
SEMINAR NASIONAL MIPA 2012 DAN WORKSHOP INSTRUMEN LABORATORIUM  
TERPADU FMIPA UNESA  
24-25 NOVEMBER 2012**

**Assalamualaikum Wr Wb.**

Upaya penguatan dan pengembangan kapasitas institusi dapat dilakukan dengan menyediakan fasilitas, sarana dan prasarana yang layak dan memadai untuk menunjang kegiatan Tridharma Perguruan Tinggi dalam bidang pendidikan dan pengajaran, penelitian, dan pengabdian masyarakat. Upaya tersebut diwujudkan FMIPA Unesa dengan mendirikan Laboratorium Terpadu yang berlokasi di Gedung C12 Lantai 1. Sebagai bagian dari struktur organisasi FMIPA Unesa, Laboratorium Terpadu memiliki visi dan misi yang jelas dalam hal komitmen terhadap pengembangan ilmu matematika dan sains IPA serta peningkatan kualitas pembelajaran matematika dan sains IPA melalui implementasi hasil-hasil penelitian berbasis laboratorium. Visi dan misi tersebut dirancang dengan kemauan untuk mewujudkan lulusan yang berkualitas melalui program terpadu peningkatan mutu layanan pendidikan dan pengajaran matematika dan sains IPA, layanan kepada masyarakat melalui ketersediaan instrumen laboratorium yang layak dan memadai, serta peran aktif SDM yang profesional. Laboratorium Terpadu FMIPA secara aktif membangun dan memperluas jalinan kerjasama dengan pihak-pihak terkait baik dalam selingkung Unesa maupun di luar Unesa.

Sesuai dengan arah kebijakan pengembangan pendidikan dan pembelajaran di Unesa menuju pengajaran berbasis hasil-hasil penelitian, maka FMIPA Unesa menyelenggarakan Seminar Nasional MIPA 2012 dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu dengan tema sentral: **Laboratorium MIPA Terpadu Sebagai Pusat Pengembangan Penelitian**. Seminar Nasional MIPA 2012 dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu ini sekaligus untuk menyambut Dies Natalis Unesa yang ke 48 yang bertujuan untuk memberikan wawasan pada komunitas pendidikan tinggi dan praktisi dari kalangan industri tentang peran penting Laboratorium MIPA Terpadu dalam meningkatkan kualitas pembelajaran, penelitian dan pengabdian masyarakat di lingkungan pendidikan tinggi. Forum ini diharapkan menjadi media yang efisien dan efektif bagi akademisi dan praktisi untuk menyampaikan dan bertukar ide-ide inovatif dan kreatif dalam upaya ikut berkontribusi pada pembangunan sumber daya manusia pendidikan tinggi.

Pada kesempatan ini, perkenankan kami menyampaikan ucapan selamat datang kepada semua tamu undangan, baik sebagai pembicara dalam Sidang Pleno, pemakalah, partisipan, maupun peserta workshop dalam Seminar Nasional MIPA 2012 dan Workshop Instrumen Laboratorium Terpadu FMIPA. Kami juga menyampaikan ucapan terimakasih kepada semua pihak yang ikut membantu sehingga acara ini dapat terselenggara dengan baik dan lancar.

**Wassalamualaikum Wr Wb.**

**Surabaya, November 2012**  
**Rektor,**

**Prof.Dr. Muchlas Samani, M.Pd**  
**NIP 195112151974121001**

## DAFTAR ISI PROSIDING

Halaman Judul	i
Kata Pengantar	ii
Sambutan Ketua Panitia	iii
Sambutan Rektor Unesa	v
Daftar Isi Prosiding	vi
<b>MAKALAH UTAMA</b>	
Capillary Flow Focusing Nebulizer and Organic Polymer-Based Monoliths: Application to Bioscience <i>Akhmad Sabarudin</i>	A - 1
Penelitian & Pengembangan di PT. Petrokimia Gresik <i>Ir. Anis Ernani, MT, Ir. Suyono</i>	A - 4
<b>MAKALAH MATEMATIKA</b>	
Estimasi Spatial Autoregressive Model With Autoregressive Disturbances Dengan Pendekatan Two-Step Generalized Method Of Moments (Studi Kasus : Model Pertumbuhan Ekonomi Jawa Timur) <i>Firda Fadri, Setiawan</i>	B - 1
Dimensi Partisi Graf Hasil Amalgamsi Dua Graf Terhubung <i>Aglis Nisa Sari, Darmaji</i>	B - 7
Model Regresi Nonparametrik Polinomial Lokal Birrespon untuk Data Longitudinal <i>Alan Prahutama, I Nyoman Budiantara</i>	B - 12
Optimasi Multirespon Pemotongan Logam pada Mesin <i>EDM Sinking</i> dengan Pendekatan <i>Non-Linear Programming</i> <i>Andhika Dian Wijaya, Sony Sunaryo</i>	B - 16
Aplikasi Prinsip Maksimum Pontryagin Pada Model Bioekonomi Mangsa- Pemangsa Dengan Waktu Tunda <i>Lusiana Prastiwi, Subiono</i>	B - 21
Pendekatan <i>Generalized Spatial Three Stage Least Square</i> Pada Indikator Perekonomian Provinsi Jawa Timur 2010 <i>Adiba, Setiawan</i>	B - 26
Penjadwalan Pelayanan di PLN dengan Menggunakan <i>Petri Net</i> dan Aljabar <i>Max-Plus</i> <i>Dwina Nur Widayanti, Subiono</i>	B - 33
Pemodelan Nilai Ujian Nasional Di SMAN 1 Batulayar Lombok Barat Provinsi Nusa Tenggara Barat <i>Lilik Hidayati</i>	B - 39

## Aplikasi Prinsip Maksimum Pontryagin Pada Model Bioekonomi Mangsa-Pemangsa Dengan Waktu Tunda

Lusiana Prastivi<sup>1</sup>, Subiono<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Mahasiswa Magister Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember

<sup>2</sup>Dosen Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Alamat e-mail : prastivi.lusiana@gmail.com

### Abstrak

Perikanan merupakan sistem yang melibatkan komponen biologi dan ekonomi. Tujuan dari manajemen perikanan adalah menjamin konservasi sumber daya perikanan di masa mendatang dan tetap memberikan keuntungan ekonomis pada masyarakat secara regular dengan cara menerapkan manajemen yang tepat agar dapat menghindari eksploitasi yang berlebihan. Pada model bioekonomi, panen merupakan faktor penting yang dapat mempengaruhi konservasi perikanan sekaligus sisi ekonomisnya. Dalam penelitian ini, akan dibahas suatu kontrol optimal model bioekonomi sumber daya perikanan. Model bioekonomi tersebut merupakan sistem mangsa-pemangsa yang diberikan waktu tunda untuk proses reproduksi. Variabel kendali yang akan dicari adalah fungsi pemanenan  $h$ . Sedangkan fungsi objektifnya adalah memaksimalkan total laba bersih diskonto (total discounted net revenues) dari sumber daya perikanan. Solusi optimalnya didapatkan dengan cara Prinsip Maksimum Pontryagin.

**Kata Kunci** : Model Bioekonomi, Sistem Mangsa-Pemangsa, Kontrol Optimal, Pontryagin Maximum Principle, Waktu Tunda

### I. Pendahuluan

Perikanan merupakan salah satu bidang dari sumber daya alam terbarukan dan termasuk bidang yang paling banyak menggunakan konsep bioekonomi. Bioekonomi perikanan merupakan sistem yang melibatkan komponen biologi dan ekonomi. Konsep biologi digunakan dalam penurunan model dasar sedangkan konsep ekonomi dimaksudkan untuk optimalisasi pemanfaatan sumber daya perikanan.

Konsep bioekonomi perikanan dikembangkan karena adanya kekhawatiran terjadinya *tragedy of common* atau tragedi kebersamaan pada sumber daya perikanan karena perikanan memiliki sifat *open acces* dan *common property* yang artinya pemanfaatannya bersifat terbuka oleh siapa saja dan kepemilikannya bersifat umum. Sifat tersebut membawa beberapa konsekuensi, antara lain terjadinya *over exploitation* oleh karena itu dibutuhkan suatu manajemen perikanan. Tujuan dari manajemen perikanan adalah menjamin konservasi sumber daya perikanan di masa mendatang dan tetap memberikan keuntungan ekonomis pada masyarakat secara regular dengan cara menerapkan manajemen yang tepat agar dapat menghindari eksploitasi berlebihan (*overfishing*).

Beberapa penelitian terdahulu yang mendasari penelitian ini, antara lain penelitian Kar [1] tentang pemodelan bioekonomi dari mangsa-pemangsa dimana pemanenan dilakukan pada populasi mangsa menggunakan persamaan diferensial aljabar dan teori bifurkasi. Chakraborty dalam [2] juga meneliti model bioekonomi sistem mangsa-pemangsa sumber daya perikanan dengan membuat 2 jenis populasi mangsa. Model yang digunakan

pada kedua penelitian tersebut ditambahkan dengan waktu tunda dikarenakan adanya proses reproduksi pada populasi predator. Pada umumnya, persamaan diferensial tunda menunjukkan perilaku dinamis yang lebih kompleks dari persamaan diferensial biasa. Dari penelitian tersebut diketahui bahwa waktu tunda dapat menyebabkan titik ekuilibrium stabil menjadi tidak stabil. Hasil penelitiannya menunjukkan adanya fenomena *singularity induced bifurcation* pada titik ekuilibrium ketika keuntungan ekonomisnya sama dengan nol. Untuk mereduksi fenomena *singularity induced bifurcation* digunakan *state feedback controller*. Selain itu, terjadi bifurkasi Hopf ketika waktu tunda melewati nilai kritisnya. Ditunjukkan juga bahwa ketika waktu tundanya kecil, kedua populasi mangsa dan populasi predator mencapai osilasi periodik disekitar titik ekuilibrium dalam waktu terbatas dan konvergen ke titik ekuilibriumnya. Saat waktu tunda meningkat osilasi juga meningkat dan ketika waktu tunda proses reproduksi terlalu panjang, keadaan *steady* tidak terlihat dan populasi konsumen punah.

Chakraborty dalam [3] juga meneliti tentang model mangsa-pemangsa sumber daya perikanan dengan *stage structure* dan masalah optimal kontrol pada model dengan menambahkan faktor panen. Permasalahan yang dikaji terdiri dari 2 bagian. Bagian pertama dilakukan penambahan pemanenan pada populasi mangsa dan pada bagian kedua, penambahan faktor panen dilakukan pada populasi predator. Hasil penelitiannya memberikan strategi penyelesaian masalah kontrol optimal dan solusi numeriknya yang diselesaikan dengan skema Runge-Kutta order keempat. Sedangkan Gollmann [4] memberikan strategi penyelesaian tentang

masalah kontrol optimal dengan waktu tunda pada *state* dan pada variabel kontrolnya.

Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, akan diusulkan suatu penelitian tentang kontrol optimal model bioekonomi sistem mangsa-pemangsa sumber daya perikanan dengan waktu tunda untuk memaksimalkan total laba bersih diskonto dengan cara memaksimalkan panen.

## II. Kajian Pustaka

### II.1. Model Bioekonomi Perikanan

Pada paper ini, diasumsikan terdapat 2 zona penyebaran populasi mangsa. Zona pertama merupakan zona bebas penangkapan ikan dan zona kedua merupakan zona reservasi dimana kegiatan penangkapan ikan dilarang. Masing-masing zona adalah homogen, dan populasi mangsa bermigrasi antara 2 zona tersebut secara acak. Pertumbuhan mangsa di masing-masing zona tanpa adanya pemangsa diasumsikan logistik. Pemangsa memangsa di zona bebas penangkapan ikan dengan fungsi respon Holling tipe II. Diasumsikan juga pemanenan  $h(t)$  hanya diperbolehkan pada zona bebas penangkapan dan tidak dilakukan pemanenan pada populasi pemangsa, sehingga pemanenan tidak mempengaruhi pertumbuhan populasi pemangsa secara langsung. Meskipun demikian, dianggap bahwa pemangsa berkompetisi terhadap sejenisnya untuk bertahan hidup. Misalkan  $x(t)$  dan  $y(t)$  adalah banyaknya populasi mangsa masing-masing di zona penangkapan ikan dan zona reservasi sedangkan  $z(t)$  adalah banyaknya populasi pemangsa. Dari asumsi diatas, model bioekonomi mangsa-pemangsa sumber daya perikanan sebagai berikut [2].

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \sigma_1 x + \sigma_2 y - \frac{\alpha x z}{a + x} - h(t) \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = sy \left(1 - \frac{y}{L}\right) + \sigma_1 x - \sigma_2 y \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\beta \alpha x z}{a + x} - d z - \gamma z^2 \quad (3)$$

dengan :

$r$  : rasio pertumbuhan intrinsik dari mangsa di zona penangkapan ikan.

$s$  : rasio pertumbuhan intrinsik dari mangsa di zona reservasi.

$K$  : *carrying capacities* dari mangsa di zona penangkapan ikan.

$L$  : *carrying capacities* dari mangsa di zona reservasi.

$\sigma_1$  : laju migrasi dari zona penangkapan ikan ke zona reservasi

$\sigma_2$  : laju migrasi dari zona reservasi ke zona penangkapan ikan

$\alpha$  : peningkatan maksimal relatif dari predator

$a$  : konstanta Michaelis-Menten

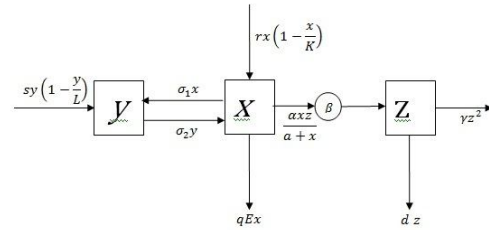
$h(t)$  : pemanenan saat  $t$

$d$  : laju kematian predator

$\beta$  : laju predator mengonsumsi mangsa

$\gamma$  : koefisien intra-spesifik populasi predator.

Diagram kompartemen sistem mangsa-pemangsa diberikan pada Gb 2.1.



Gb.1. Diagram kompartemen sistem mangsa-pemangsa

Bentuk fungsional dari pemanenan secara umum diturunkan menggunakan rumusan *catch-per-unit-effort* (CPUE) yang mengasumsikan bahwa produksi per unit usaha sebanding dengan stok level, sehingga fungsi pemanenan  $h$  dirumuskan dengan :

$$h = qEx \quad (4)$$

dengan :

$q$  : koefisien daya tangkap.

$E$  : usaha yang digunakan untuk memanen populasi.

Selanjutnya peninjauan sisi ekonomisnya, Liu dkk (2011) meneliti efek panen pada ekosistem dan merumuskan keuntungan ekonomis dari hasil pemanenan sebagai berikut.

*Net Economic Revenue (NER)*

$$= \text{Total Revenue (TR)} - \text{Total Cost (TC)}$$

Pendapatan total (*Total Revenue*) diperoleh dari harga perunit biomassa dari mangsa dikalikan dengan jumlah ikan yang dipanen. Sedangkan untuk biaya produksinya (*Total Cost*) sebanding dengan usaha yang diberikan. Jika  $m$  adalah total keuntungan ekonomi sumber daya perikanan,  $p$  adalah harga per unit ikan tangkapan, dan  $c$  adalah biaya produksi, maka :

$$m = pqEx - cE$$

didapat :

$$(pqx - c)E - m = 0 \quad (5)$$

Misalkan sistem mangsa-pemangsa (1) - (3) diberikan waktu tunda dikarenakan adanya proses reproduksi. Diasumsikan bahwa semua energi metabolisme pemangsa diperoleh melalui makanannya dan digunakan untuk pertumbuhan, yang pada akhirnya meningkatkan populasi pemangsa. Populasi pemangsa memangsa dengan laju konstan, tetapi reproduksi pemangsa setelah memangsa tidak secara langsung, sehingga akan dimasukkan suatu jeda waktu (*time lag*) yang diperlukan untuk proses reproduksi pemangsa. Jika interval waktu antara individu mangsa mati dan individu yang ditambahkan pada populasi pemangsa dianggap sebagai waktu tunda  $\tau$  dan menggabungkan kendala ekonomi yaitu persamaan (4) dan (5) maka model bioekonomi mangsa-pemangsa pada perikanan menjadi [2]:



$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \sigma_1 x + \sigma_2 y - \frac{\alpha x z}{a + x} - qEx \quad (6)$$

$$\frac{dy}{dt} = sy \left(1 - \frac{y}{L}\right) + \sigma_1 x - \sigma_2 y \quad (7)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\beta \alpha x(t - \tau) z(t - \tau)}{a + x(t - \tau)} - dz - \gamma z^2 \quad (8)$$

$$(pqx - c)E - m = 0 \quad (9)$$

dengan kondisi awal  $x(0) \geq 0$ ,  $y(0) \geq 0$ , dan  $z(0) \geq 0$ .

## II.2. Formulasi Masalah Optimal Kontrol

Pada eksploitasi komersial dari sumber daya perikanan, masalah utama dari sisi ekonomi adalah menentukan panen yang optimal antara saat ini dan masa mendatang sekaligus memperoleh keuntungan (*profit-making*). Untuk memaksimalkan total laba bersih *discounted* (*total discounted net revenues*) dari sumber daya perikanan, maka masalah kontrol optimal dapat diformulasikan sebagai berikut [3].

$$J(h) = \int_{t_0}^{t_f} e^{-\delta t} \left[ (p - v_1 h)h - \frac{c_1 h}{qx} \right] dt \quad (10)$$

dengan :

$v_1$  : konstanta ekonomi

$c_1$  : biaya konstanta per unit usaha

$\delta$  : tingkat diskonto tahunan.

Indeks performansi (10) akan dimaksimalkan dengan kendala *state* (6)-(8), kendala aljabar (9) dan kendala pada kontrol  $0 \leq h \leq h_{max}$ . Masalah kontrol optimal dengan waktu tunda akan diselesaikan *Pontryagin's maximum principle*.

## II.3. Prinsip Maksimum Pontryagin

Misalkan variabel *state* memiliki waktu tunda  $r \geq 0$  dan variabel kontrol memiliki waktu tunda  $s \geq 0$  sehingga masalah kontrol optimal dinyatakan Maksimumkan :

$$J(u, x) = g(x(b)) + \int_a^b L(t, x(t), x(t-r), u(t), u(t-s)) dt \quad (11)$$

dengan persamaan *state*, kondisi batas, dan kendala campuran :

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), x(t-r), u(t), u(t-s)) \quad (12)$$

dengan  $t \in [a, b]$

$$x(t) = \varphi(t), t \in [a-r, a] \quad (13)$$

$$u(t) = \psi(t), t \in [a-s, a] \quad (14)$$

$$w(x(b)) = 0 \quad (15)$$

$$C(t, x(t), u(t)) \leq 0, t \in [a, b] \quad (16)$$

Didefinisikan Hamiltonian sebagai

$$H(t, x, u, \lambda) = L(t, x, u) + \lambda^T f(t, x, u)$$

sedangkan *Augmented* Hamiltonian didefinisikan dengan menambah kendala campuran (16) dengan pengali  $\mu \in \mathbb{R}^p$  yaitu  $\mathcal{H}(t, x, u, \lambda, \mu) = L(t, x, u) + \lambda^T f(t, x, u) + \mu^T C(t, x, u)$ . Untuk masalah kontrol optimal dengan waktu tunda, ditambahkan 2 argumen  $y \in \mathbb{R}^n$  dan  $v \in \mathbb{R}^m$  sehingga Hamiltonian dan *augmented* Hamiltonian didefinisikan sebagai berikut.

$$H(t, x, y, u, v, \lambda) := L(t, x, y, u, v) + \lambda^T f(t, x, y, u, v)$$

$$\mathcal{H}(t, x, y, u, v, \lambda, \mu)$$

$$:= L(t, x, y, u, v) + \lambda^T f(t, x, y, u, v) + \mu^T C(t, x, u)$$

**Teorema 2.3** (*Minimum Principle* untuk masalah kontrol optimal dengan waktu tunda)[4]

Misal  $(\hat{u}, \hat{x})$  merupakan lokal optimal untuk masalah kontrol optimal dengan waktu tunda yang memenuhi asumsi  $r, s \geq 0$  dan  $(r, s) \neq (0, 0)$  dan  $\frac{r}{s} \in \mathbb{Q}$  untuk  $s > 0$  atau  $\frac{s}{r} \in \mathbb{Q}$  untuk  $r > 0$ . maka terdapat fungsi *costate* (*adjoint*)  $\hat{\lambda}$  fungsi pengali  $\hat{\mu}$  dan pengali  $\hat{v} \in \mathbb{R}^q$ , sedemikian sehingga

(i) Persamaan adjoint

$$\dot{\hat{\lambda}}(t)^T = -\hat{\mathcal{H}}_x(t) - \chi_{[a, b-r]}(t) \hat{\mathcal{H}}_y(t+r)$$

(ii) Kondisi transversal

$$\hat{\lambda}(b)^T = g_x(\hat{x}(b)) + \hat{v}^T w_x(\hat{x}(b))$$

(iii) Kondisi minimum untuk Hamiltonian

$$\hat{H}(t) + \chi_{[a, b-s]}(t) \hat{H}(t+s)$$

$$= H(t, \hat{x}(t), \hat{x}(t-r), \hat{u}(t), \hat{u}(t-s), \hat{\lambda}(t))$$

$$+ \chi_{[a, b-s]}(t) H(t$$

$$+ s, \hat{x}(t+s), \hat{x}(t+s$$

$$- r), \hat{u}(t+s), \hat{u}(t,$$

$$+ s))$$

$$\leq H(t, \hat{x}(t), \hat{x}(t-r), u, \hat{u}(t-s), \hat{\lambda}(t))$$

$$+ \chi_{[a, b-s]}(t) H(t$$

$$+ s, \hat{x}(t+s), \hat{x}(t+s$$

$$- r), \hat{u}(t+s), u, \hat{\lambda}(t+s))$$

(iv) Kondisi minimum lokal untuk *augmented* Hamiltonian

$$\hat{\mathcal{H}}_u(t) + \chi_{[a, b-s]}(t) \hat{\mathcal{H}}_v(t+s) = 0$$

(v) Pengali non negatif dan kondisi komplementer

$$\hat{\mu}(t) \geq 0 \text{ dan } \hat{\mu}_i(t) C_i(t, \hat{x}(t), \hat{u}(t)) = 0 ;$$

$$i = 1, \dots, p$$

Dalam sebagian besar permasalahan manajemen sains dan ekonomi, fungsi objektif biasanya diformulasikan berkaitan dengan uang atau utilitas. Aliran uang atau utilitas tersebut biasanya berupa diskonto sehingga *Pontryagin's maximum principle* diformulasikan dalam bentuk *current value*.

## III. Solusi Analitik Masalah Kontrol Optimal

Langkah penyelesaian masalah kontrol optimal dengan *Pontryagin maximum principle* sebagai berikut.

**Step 1** : Membentuk *current value augmented* Hamiltonian

Misal  $x_1 = x(t-r)$  dan  $z_1 = z(t-r)$  sehingga diperoleh :

$$\mathcal{H} = \left[ (p - v_1 h)h - \frac{c_1 h}{qx} \right]$$

$$+ \lambda_1 \left( rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \sigma_1 x + \sigma_2 y - \frac{\alpha x z}{a + x} - h \right)$$

$$+ \lambda_2 \left( sy \left( 1 - \frac{y}{L} \right) + \sigma_1 x - \sigma_2 y \right) \\ + \lambda_3 \left( \frac{\beta \alpha x_1 z_1}{a + x_1} - d z - \gamma z^2 \right) + \mu (ph - cE - m)$$

**Step 2:** Memaksimumkan  $\mathcal{H}$  terhadap vektor kontrol  $h$

$$\mathcal{H}_u(t) + \chi_{[a, b-s]} \mathcal{H}_v(t+s) = 0$$

Karena tidak ada waktu tunda pada variabel kontrol,  $s = 0$  maka  $\mathcal{H}_v(t+s) = 0$  sehingga :

$$\mathcal{H}_u(t) = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial h} = 0$$

$$p - 2v_1 h - \frac{c_1}{qx} - \lambda_1 + \mu p = 0$$

$$2v_1 h = p - \frac{c_1}{qx} - \lambda_1 + \mu p$$

maka diperoleh  $h$  yang optimal yaitu  $\hat{h}$  dengan :

$$\hat{h} = \frac{1}{2v_1} \left( p - \frac{c_1}{qx} - \lambda_1 + \mu p \right)$$

**Step 3 :** Mendapatkan persamaan *state* dan *costate*

Persamaan *state* :

$$\dot{x} = rx \left( 1 - \frac{x}{K} \right) - \sigma_1 x + \sigma_2 y - \frac{\alpha x z}{a + x} - h$$

$$\dot{y} = sy \left( 1 - \frac{y}{L} \right) + \sigma_1 x - \sigma_2 y$$

$$\dot{z} = \frac{\beta \alpha x (t - \tau) z (t - \tau)}{a + x(t - \tau)} - d z - \gamma z^2$$

Persamaan *costate* dalam *current value* :

untuk  $t \in [t_0, t_f - \tau]$  :

$$\dot{\lambda}_1 = \delta \lambda_1 + \frac{c_1 h}{qx^2}$$

$$- \lambda_1 \left( r \left( 1 - \frac{2}{K} \right) - \sigma_1 - \frac{\alpha \alpha z}{(a + x)^2} \right)$$

$$+ \lambda_2 \sigma_1 + \lambda_3 (t + \tau) \frac{\alpha \alpha \beta z}{(a + x)^2}$$

$$\dot{\lambda}_2 = \delta \lambda_2 + \lambda_1 \sigma_2 + \lambda_2 \left( s \left( 1 - \frac{2}{L} \right) - \sigma_2 \right)$$

$$\dot{\lambda}_3 = \delta \lambda_3 - \lambda_3 (d + 2\gamma z) + \lambda_3 (t + \tau) \frac{\alpha \beta x}{a + x}$$

untuk  $t \in [t_f - \tau, t_f]$  :

$$\dot{\lambda}_1 = \delta \lambda_1 + \frac{c_1 h}{qx^2}$$

$$- \lambda_1 \left( r \left( 1 - \frac{2}{K} \right) - \sigma_1 - \frac{\alpha \alpha z}{(a + x)^2} \right)$$

$$+ \lambda_2 \sigma_1$$

$$\dot{\lambda}_2 = \delta \lambda_2 + \lambda_1 \sigma_2 + \lambda_2 \left( s \left( 1 - \frac{2}{L} \right) - \sigma_2 \right)$$

$$\dot{\lambda}_3 = \delta \lambda_3 - \lambda_3 (d + 2\gamma z)$$

Dengan kondisi batas yang diturunkan dari kondisi *transversality* (2.35) diperoleh  $\lambda_1(t_f) = \lambda_2(t_f) = \lambda_3(t_f) = 0$  dan kondisi komplementer yang harus dipenuhi  $\mu \geq 0$ ;  $\mu(ph - cE - m) = 0$ .

#### IV. Kesimpulan

Pada penelitian ini, masalah kontrol optimal panen pada model bioekonomi perikanan dengan

waktu tunda yang diselesaikan dengan prinsip maksimum *Pontryagin* diperoleh diperoleh hasil sebagai berikut. Panen optimal diperoleh

$$\hat{h} = \frac{1}{2v_1} \left( p - \frac{c_1}{qx} - \lambda_1 + \mu p \right)$$

untuk  $t \in [t_0, t_f - \tau]$  :

$$\dot{\lambda}_1 = \delta \lambda_1 + \frac{c_1 h}{qx^2}$$

$$- \lambda_1 \left( r \left( 1 - \frac{2}{K} \right) - \sigma_1 - \frac{\alpha \alpha z}{(a + x)^2} \right)$$

$$+ \lambda_2 \sigma_1 + \lambda_3 (t + \tau) \frac{\alpha \alpha \beta z}{(a + x)^2}$$

$$\dot{\lambda}_2 = \delta \lambda_2 + \lambda_1 \sigma_2 + \lambda_2 \left( s \left( 1 - \frac{2}{L} \right) - \sigma_2 \right)$$

$$\dot{\lambda}_3 = \delta \lambda_3 - \lambda_3 (d + 2\gamma z) + \lambda_3 (t + \tau) \frac{\alpha \beta x}{a + x}$$

untuk  $t \in [t_f - \tau, t_f]$  :

$$\dot{\lambda}_1 = \delta \lambda_1 + \frac{c_1 h}{qx^2}$$

$$- \lambda_1 \left( r \left( 1 - \frac{2}{K} \right) - \sigma_1 - \frac{\alpha \alpha z}{(a + x)^2} \right)$$

$$+ \lambda_2 \sigma_1$$

$$\dot{\lambda}_2 = \delta \lambda_2 + \lambda_1 \sigma_2 + \lambda_2 \left( s \left( 1 - \frac{2}{L} \right) - \sigma_2 \right)$$

$$\dot{\lambda}_3 = \delta \lambda_3 - \lambda_3 (d + 2\gamma z)$$

Untuk penelitian selanjutnya, penyelesaian analitis diatas dapat dilakukan dengan mentransformasikan sistem differensial diatas menjadi permasalahan *nonlinear programming* (NLP)

#### V. Ucapan Terima Kasih

Terima kasih sebesar-besarnya kepada Bapak Dr. Subiono selaku dosen pembimbing atas bimbingannya.

#### VI. Daftar Pustaka

- [1] T.K Kar, K Chakraborty. (2010) "Bioeconomic Modeling of A Predator Prey System Using Differential Algebraic Equations", *International Journal of Engineering, Science, and Technology*, Vol. 2. No. 1, hal. 13-34.
- [2] Chakraborty K, Chakraborty M, dan Kar T.K. (2011), "Bifurcation And Control of A Bioeconomic Model of A Prey-Predator System With A Time Delay", *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*. 5. 613-625.
- [3] Chakraborty K, Chakraborty M, dan Kar T.K. (2011), "Optimal Control of Harvest And Bifurcation of Prey-Predator Model With Stage Structure", *Applied Mathematics And Computation*, 217. 8778-8792.
- [4] Gollmann L, Kern D, and Maurer H. (2008), "Optimal Control Problems With Delay in State And Control Variables Subject to Mixed Control-State Constrains", *Optimal Control*

*Applications And Methods,*  
www.interscience.wiley.com.

- [5] Flaaten O. (1998), "On The Bioeconomics of Predator And Prey Fishing", *Fisheries Research*, 37. 179 -191.
- [6] Naidu D.S. (2002), *Optimal Control System*, CRC PRESS, New York.
- [7] Sulistianaini E. (2010), "Analisis Model Matematika Pada Kompetisi Dinamik Sel Tumor Dan Sistem Imun Akibat Perlambatan Waktu", Skripsi, Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim, Malang.