



KNM XVII

Konferensi Nasional Matematika

ISBN : 978-602-96426-3-6

PROSIDING

Peranan Matematika dan Statistika
Menyongsong ASEAN *Economics Community*



Himpunan Matematika Indonesia (IndoMS)
bekerjasama dengan
Jurusan Matematika dan Jurusan Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan
Institut Teknologi Sepuluh Nopember





KNM XVII

Konferensi Nasional Matematika

ISBN 978-602-71000-0-0

PROSIDING

Panitia Pengarah

Panitia Pelaksana

Tim Prosiding

Tim Reviewer

Sambutan Ketua Panitia

Sambutan Presiden IndoMS

Makalah Pembicara Utama

Daftar Makalah

Panitia Pengarah (*Steering Committee*):

- Mgwc <"Rtqh0F t0Dwf k'P wtcpk'*Wpkxgtukcu'Rcf lcf lctcp+
- Ugntgvctku <Rtqh0F t0Gtpc'Cr tkkcpk'O .Sk'*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnj 'P qr go dgt+
- Cpi i qc <
- 30 F t0Mknk'Ctk{cpvk'Uwi gpi '*Wpkxgtukcu Kf qpguk+
- 40 Rtqh0F t0\ wmtf k'*Wpkxgtukcu'Utly klc{c+
- 50 Rtqh0F t0Vwuu'*Whiversitas Uumatera Wara+
- 60 F t0Go c'Ectpk *Wpkxgtukcu'Rcf lcf lctcp+
- 70 F t0P wtcpk'Cpi i tkcpk(Universitas Padjadjaran)
- 80 Rtqh0F t0Dcuwnk'Y kf qf q.'O Ue''*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnj 'P qr go dgt+
- 90 Rtqh0Ci wu'Uwt {cpvq''*Wpkxgtukcu'Dtey klc{c'+
- : 0 Rtqh0F t0Gf {"Vtk'Dcunqtq'*Kstitut Veknologi Dandung+
- ; 0 Rtqh0F t0F kf k'Uwt {cf k'*Whiversitas Rendidikan Indonesia+
- 320F t0O wj co o cf 'O cuj wtk'O 00'Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnj 'P qr go dgt+

PANITIA PELAKSANA

- Mgwc'Rgrmcpc < F t0Gtpc'Cr tkkcpk'O Uk
- Y cnki'Mgwc < F t0Uwknpq.'UUK'O Uk
- Ugntgvctku'3 F t0F y k'Tcypc'Uwknv{cpkpi two .'O V
- Ugntgvctku'4 F t0Xkc'Tcypcuctk'UUK'O Uk
- Dgpf cj etc < F t0O ctf rklcj ..'O V0
- Ukg'Ukf cpi 'f cp'Cectc < F t0F cto clk'UUK'O V0
Uwj ctvppq.'UUK'O Ue0'F t0
- Ukg'O cnrcj < Uqrgj c. UUK'O Uk
O qj co o cf Kden'UUK'O Uk
F t0Ucpk'Rwgtk'Tcj c{w'UUK
[wpkc J ctkNkv{qy cvk
- Reviewer Extended Abstrak* - 'O cnrcj < Rtqh0F t0KP {go cp'Dwf kcpvctc.'O Uk
Rtqh0Dcuwnk'Y kf qf q.'F tu0'O Ue0

Ukg'Rtqukf lpi	< F t0Ugky cp.'O Uk Gto c.'Uk'O Uk Gpf cj . TO R. Uk'O Uk
Ukg'Cmqo qf cuk'f cp'Vtcur qtvcuk	< F tu0F ct {ppq'Dwf k'Wqo q.'O Uk F t0Dco dcpi "Y kf lcpctnq'Qvqm'O Uk
Ukg'Mqpuwo uk	< Cxkf c'O wvkn'Twno k'Uk'O Uk Ucpk'Y wcp'Rwtpeo k'Uk'O Uk
Ukg'Rwdrkneuk'f cp'F qmwo gpvcuk'f cp Rgpi grncp'y gd	< F t0Dwf k'Ugk{ppq.'O V0'O V0 [wvwh'UV Cejo gv'Wuo cp'Crk
Rgtrgpi nr cp	< F t0Ej cktwi'K tqp.'O Uk Cpcu.'UV
Ukg'Gmimxtuk'l'VQWT	< F kf kni'Mj wupwn'Uk'O Uk
Ukg'Mgco cpcp'f cp'Mgugj cvcp	< F tu0Ugqv'F kf kni'Uwlcqv.'O Uk O wj co o cf'Ulcj kf 'Cndct.'O Uk
Ukg'Ur qpuqtuj kr 'f cp'Rwdrke'Tgrvqpp	< F tu0Uqj ctf lqgr tk'O Uk F t0K co 'O wnj rcuj .'Uk'O V0 F y k'Gpf cj 'Mwtkpk'Uk'O Uk

TIM PROSIDING

KOORDINATOR

Gpfcj "Tqmj o cko OR'Rj (F

EDITOR

c+ O uhammad"U{hc'wri'O whkf .'O UKO

d+ Mkuquri'Hcj ko .'O UKO

e+ Vcj k{cwrnCuhj cpk'O UK

TIM TEKNIS

c+ Uqrgj c."UUK'O UK

d+ Kden"UUK'O UK

e+ Ft0Ucpk'RwgtkTcj c{w."UUK

f+ Gto c Qmcpk."UUK'O UK

LAYOUT & COVER

g+ Cej o gv"Wuo cp'Crik UMQo

h+ O chwej c

Tim Reviewer

- 30 Rtqh0F t0J gpf tc'I wpcy cp"*Kstitut Veknologi Dandung+
- 40 Rtqh0F t0Rwf lk'Cuwwk"*Kstitut Veknologi Dandung+
- 50 Rtqh0F t0P {qo cp'Dwf kcpvctc'(Institut Teknologi Sepuluh Nopember)
- 60 Rtqh'Dwf k'P wcpk *Wpiversitas Padjajaran
- 70 Rtqh0F t0Dcuwnk'Y kf qf q.'O Ue"*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnwj 'P qr go dgt+80
- Rtqh0F t0O 0Kc'Kcy cp"*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnwj 'P qr go dgt+
- 90 RtqhF t0Gtpc'Cr tkcpk'O Uk"*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnwj 'P qr go dgt+
- : 0 F t0Ci wpi "Nwnkq.'O Ue"*Whiversitas Negeri Surabaya+
- ; 0 F t0K co 'O wnj ruj .'O V"*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnwj 'P qr go dgt+
- 320Uwdej cp.'Rj (F "*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnwj 'P qr go dgt+
- 330F t0Uwj ctvppq'O Ue"*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnwj 'P qr go dgt+
- 340Rtqh0'Abdur Rahman Cu'ctk"*Whiversitas P egeri O alang+
- 350F t0Ej cktw'K tqp.'O Ukqo r "*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnwj 'P qr go dgt+
- 360F t0J ctvppq'.'O Uk"*Whiversitas P egeri [ogayakarta+
- 370F t0Ci wu'Uwj ctuqq"*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnwj 'P qr go dgt+
- 380F t0Dwf kUgk{ppq.'O V"*Kpukww'Vgnpqmji k'Ugr wnwj 'P qr go dgt+
- 390F t0F cto clk'O V (Institut Teknologi Sepuluh Nopember)
- 3: 0F t0F y k'Tcypc'Uwku{cplpi two . O V (Institut Teknologi Sepuluh Nopember)
- 3; 0Gpf cj 'Tqnj o c'k'O R0'Rj (F (Institut Teknologi Sepuluh Nopember)
- 400F t0J gk'Mwuy cpvq.'O Uk'(Institut Teknologi Sepuluh Nopember)
- 410F t0K co 'O wnj ruj .'O V(Institut Teknologi Sepuluh Nopember)
- 420F t0O ctf rlcj .'O V'(Institut Teknologi Sepuluh Nopember)
- 430F t0Rwtj cf k'O Ue'(Institut Teknologi Sepuluh Nopember)
- 440Rtqh0F t0Urco kp"*Whiversitas Negeri Jember+

Sambutan Ketua Panitia

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Cri co f wkncj kTceddkncro kp."Rwlk'u{wnwt"nco kr eplcvncp"ngj cf kcv""Cmcj "UY V"{cpi "vrcj o grlo r cj ncp" tej o cv' f cp" pknv cv' P {c." ugj kpi i c" nco k' f cr cv' o gp{grguckncp" Rtqukf kpi Mqphgtgpuk"P cukqpcn'O cvgo cvknc"ZXKK*MP O "ZXKK"4236""{cpi "vrcj "f lugngpi i ctcncp"r cf c vepi i cn'33/36"Lyk'4236"fkI tej c"Kpukww"Vgnpqmji k'Ugr wnwj "P qr go dgt0

Mqphgtgpuk"P cukqpcn'O cvgo cvknc"ZXKK"lugngpi i ctcncp"qngj "Kf qO U"dngntlcuco c"f gpi cp Lxtwucp"O cvgo cvknc"f cp"Lxtwucp"Ucvkncnc"KUO'Mgi kcvp"mhtgpuk'kp'f kcnwncp"ugker "f wc vj wp" ugnrk' f gpi cp" vgo r cv' {cpi " dgt dgf c/dgf c0' O gtw cncp" uwew" ngj qto cvcp" f cp ngdcj ci kccp"dcj k'ncv k"fk gtec{c"ugdcj ck'r gp{grngpi i ctc"Mqphgtgpuk"P cukqpcn'O cvgo cvknc ZXKK{cpi "o gtw cncp"ngvi c"ncrp{c"f kcnwncp"f k'KUO

Tema yang diambil dalam konferensi adalah “Peranan Matematika dan Statistika o gp{qpi uqpi "CGE"*CSEAN Economics Community)”, dengan harapan sebagai persiapan dcj k'ugo wc"o cvgo cvkncy cp"fcro "o gp{qpi uqpi "CUGCP"Geppqo keu'Eqo o wpk0

Rtqukf kpi "kp'bo go wcv"161"o cncrcj "{cpi "vrcj "f k'rgugpvcukncp"r cf c"MP O "ZXKK"r cf c"vpi i cn 33/36"Lyk'4236"ncw0'O cncrcj /o cncrcj "vtugdww"vtf kntkdwuk'f crco "9"dkf cpi "crldct."8 dkf cpi "eperuku."3"o cvgo cvknc"ngwepi cp."46"o cvgo cvknc"r gpf kf kncp."18"ko w'nqo r wgt."47 o cvgo cvknc"vger cp."39"ucvuknc."31 vqtk'i ter j "f cp" nqo dlpcvqtkm"6"vqtk'ukugo "f cp ngpf crk0

Vgtugrguckncpp{c"Rtqukf kpi "MP O "ZXKK"dkf cni'vtrgr cu" f ctk' dcpwcp" f cp" ngtlcuco c"ugo wc r kj cm"qngj "netgpc'kw'ncv k'wecr ncp"vgtko c"ncukj "r cf c

- Ugo wc" o cvgo cvkncy cp." r gpwku" o cncrcj " " {cpi " vrcj " dgtngpstkdwuk' o gpi kko ncp o cncrcj p{c
- Rctc"tgxky gt"{cpi "vrcj "o gp{grguckncp"tgxky "f gpi cp"dckn0
- Rtqukf gp"Kf qO U"dugutv"r gpi wtu" {cpi "o gpf co r kpi k'r gp{grngpi i ctcncp"Mqphgtgpuk f cp"r gp{wuwpcp"r tqkf kpi 0
- FR40 "F kmk"{cpi "o go dgtkncp"J kdcj "Uko r qukwo "P cukqpcn"J ko r wpcp"Rtqhguk"4236 wpwningi kcvp"MP O "ZXKK"vgo cuwnir go dwevcp"r tqkf kpi "kp

Mco k' lwi c o gp{cf ctk' dcj y c" r gp{wuwpcp" r tqkf kpi " kp' o cukj " cf c" ngmxcpi cp." ugo qi c r tqkf kpi "kp'dgto cphccv'wpwmlugo wc"r kj cmlf cp"r gtngo dcpi cp"o cvgo cvknc" f k'Kf qpguk

Mgwc "Rgrmcpc "MP O "ZXKK
Rtqf0F t0Gtpe"Cr tkkcpk"O .Sk

SAMBUTAN PRESIDEN IndoMS 2012-2014

Dengan Nama Allah Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Rgtwco c/wco c"neo k'r cplcncp"r wlk'f cp"u{ wnt "ng"J cf rktcv"Cncj "UY V"cvu"ugi cre"tcnj o cv ugtvc" nctwplc/P {c." crj co f wkrncj "" Rcpkck" Mqphgtgpuk" P cukqpcn O cvgo cvknc" ZXKK" *MP O ZXKK"vcj wp"4236"vrcj "dgtj cukl'o gp{ grguckncp"Rtqukf lpi "MP O "ZXKK"Kpf qO U"dngntlc"uco c f gpi cp"Lxtwucp"O cvgo cvknc"ugtvc"Lxtwucp"Ucvkuknc"HO IRC"KVU."dngntlc"uco c"o grncpcncp MP O "ZXKK"r cf c"vpi i cn"33/36"lwpk"4236"dgtvgo r cv'f k'I tej c"Kpukw"Vgnpqm qI K'Ugr wnwj P qr go dgt/Uwtcdc{c0

MP O "ZXKK"vcj wp"4236"o go kklj "vgo c "Peranan Matematika dan Statistika menyongsong AEC (ASEAN Economics Community)", ugdcic kr gtukrcp"dcic k Kpf qO U"dugtvc"ugi gpcr cpi i qvpc{c" f crco " o gp{co dw" f cvcpi p{c" " O cu{ctcncv' Gnpqo k' CUGCP " vcj wp" 42370 J cf ktp{c" O GC" 4237" o go dgtkncp" nvgtdwncp" ugectc i nqden' f crco " dgtdcic k' cur gm ngj kf wr cp"f k' Kpf qpguk." vgo cuwn' dlf cpi "r gpf kf kncp"Qngj "nctgpc"kw."r gpi wtwu" Kpf qO U dgtuco c"ugntwj "cpi i qc"cmkh"ugnkct"3.922" {cpi "vgtccvuc o r ckr gtvgpi cj cp"Hgdtwetk"4237. r gtnw'dngntlc"uco c"o gpki ncncp"mwrkcu"dgtdcic c'kngi kcvp"dgtncp" f gpi cp"r gpi go dcpi cp ngi kcvp"r gpf kf kncp"o cwr wp"r gprkncp" dlf cpi "o cvgo cvknc" f pc"r gpf kf kncp"o cvgo cvknc" f k vpcj "ck0

MP O " ZXKK"vcj wp" 4236" lwi c" o gtwr cncp" dgpwni' tgerkucuk" J kdcj " Uko r qukw " J ko r wpcp Rtqhguk"4236 f gpi cp"f cpc" f ctk" F kt gmqtcv" Rgpf kf kncp" Vki i k' Mgo f knawf {cpi " f kr gtqngj Kpf qO U"dngntlc"uco c" f gpi cp"ugi gpcr "Rcpkck"MP O "ZXKK"ugtvc Rgpi wtwu"Kpf qO U"Y krc{c Lcy c" Vko wt0 " Ugrckp" r tqukf lpi ." o grncak" J kdcj " Uko r qukw " J ko r wpcp" Rtqhguk" kpk' vrcj f lj cukncp"o cncrcj /o cncrcj "j cukn'tgxkgy "f ctk'r etc"tgxkgy gt Kpf qO U."vgtf ktk'f ctk"7"o cncrcj f k gmqo gpf cuk'wpwni' f kr wdrkncukncp"r cf c"lwtpcn'dgttgr wucuk'kpvtpcukqpcn"32"o cncrcj "r cf c lwtpcn' pcukqpcn' vgtcntgf kcuk" ugtvc" ; " o cncrcj " f k gmqo gpf cuk' wpwni' f kr wdrkncukncp" " r cf c lwtpcn'P cukqpcn'kf cni'vgtntgf kcuk0

Mco k'o gpi wecr ncpc"vgtko c"ncukj " {cpi "vkc'c"vgtj lpi i c"ngr cf c"ugi gpcr "r go cncrcj ."r cpkck. tgxkgy gt" {cpi "vrcj "dngntlc"ngtcu" f cp"dngntlc"uco c"o grncpcncp"MP O "ZXKK"vcj wp"4236 f cp"o gp{ grguckncp"Rtqukf lpi "MP O "ZXKK" Wecr cp"vgtko c"ncukj "lwi c"neo k'uc o r cncp"ngr cf c ugi gpcr "Rko r kpcp" "KVU."HO IRC" KVU."Lxtwucp"O cvgo cvknc" f cp"Lxtwucp"Ucvkuknc"HO IRC

KU."Rgpi wtwu"Kpf qOU"Rwucv"o cwr wp"Rgpi wtwu"Kpf qOU"Y krc{cj ugtvc"ugo wc"r kj cm {cpi
wf cmf cr cv'neo k'ugdwnep"ucw'r gt"ucw0

Cnj ktwn' nerc " neo k' dgtj cter " Rtqkf kpi " MPO " ZXKK kpk' o go dgtkncp" o cphccv dci k
r go cncrcj "nj wuwup {c"ugdcic k'vgo r cv'f kugo kpcuk'j cuk'j cuk'r gpgnkncp."ugtvc"ugdcic k'y cj cpc
wpwni' dgf kumwuk' cpvct"r gpgnkncp" dlf cpi " cncdct."cpcnkuku."o cvgo cvknc" ngwepi cp."o cvgo cvknc
r gpf kf kncp." kro w" nqo r wgt." o cvgo cvknc" vgtcr cp." ucvkuknc." vgtk" i ter j " f cp" nqo dlpvcqtkm
ugtvc" vgtk' ukugo " f cp" ngpf crk0 " O wf cj /o wf cj cp" r gpgtdkncp" Rtqkf kpi " MPO " ZXKK kpk
o go dgtkncp" o cphccv' dci k' r etc" r go dcec." r gpgnkncp" ugtvc" o go dgtkncp" o cuwnep" wpwn
r gpi go dcpi cp'dlf cpi "o cvgo cvknc" f k'Kpf qpguk0

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Dcpf wpi . F gugo dgt 4236

Rtgukf gp"Kpf qOU'4236/4238

Rtqf0F t0Dwf kP wtcpkT wej lcpc

BIDANG

1. Aljabar & Geometri
2. Analisis
3. Ilmu Komputer
4. Matematika Keuangan
5. Matematika Pendidikan
6. Matematika Terapan
7. Statistika
8. Teori Graf & Kombinatorik
9. Teori dan Sistem Kendali

DAFTAR ISI PROSIDING KNM

BIDANG : ALJABAR DAN GEOMETRI (7)

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
1	PEMODELAN JADWAL MONOREL DAN TREM MENGGUNAKAN ALJABAR MAX-PLUS UNTUK TRANSPORTASI MASA DEPAN SURABAYA <i>Kistosil Fahim, Lukman Hanafi, Subiono, dan Tahiyatul Asfihani</i>	1
2	SIFAT-SIFAT ALJABAR DARI PEMETAAN TOPOLOGI TOPOGRAFI FUZZY <i>Muhammad Abdy</i>	9
3	EKSISTENSI PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM ALJABAR MAKS-PLUS INTERVAL <i>Siswanto, Ari Suparwanto, dan M. Andy Rudhito</i>	15
4	DIAGNOSIS SUATU PENYAKIT MENGGUNAKAN MATRIKS D-DISJUNCT <i>Siti Zahidah</i>	25
5	KARAKTERISTIK ELEMEN SIMETRIS ANGGOTA RING DENGAN ELEMEN SATUAN YANG DILENGKAPI INVOLUSI <i>Titi Udjiani SRRM, Budi Surodjo, dan Sri Wahyuni</i>	37
6	ASSOSIASI PRIMA PADA MODUL FRAKSI ATAS SEBARANG RING <i>Uha Isnaini dan Indah Emilia Wijayanti</i>	47
7	KAJIAN KEINJEKTIFAN MODUL (MODUL INJEKTIF, MODUL INJEKTIF LEMAH, MODUL MININJEKTIF) <i>Baidowi dan Yunita Septriana Anwar</i>	59

BIDANG : ANALISIS (8)

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
8	PERSAMAAN DIFERENSIAL FRAKSIONAL DAN SOLUSINYA MENGGUNAKAN TRANSFORMASI LAPLACE <i>Endang Rusyaman, Kankan Parmikanti, dan Emacarnia</i>	69
9	INTEGRAL HENSTOCK-KURZWEIL FUNGSI BERNILAI $C[a, b]$: TEOREMA KEKONVEGENAN SERAGAM <i>Firdaus Ubaidillah, Soeparna Darmawijaya, dan CH. Rini Indrati</i>	77
10	KAJIAN KELENGKUNGAN PERSAMAAN KURVA DI <i>Iis Herisman dan Komar Baihaqi</i>	85
11	KONSTRUKSI TRANSFORMASI MP-WAVELET TIPE A <i>Kistosil Fahim dan Mahmud Yunus</i>	93
12	PENERAPAN GARIS BERAT SEGITIGA CENTROID UNTUK MENENTUKAN KELOMPOK PADA ANALISIS DISKRIMINAN <i>I Komang Gede Sukarsa, I Putu Eka Nila Kencana, dan NM. Dwi Kusumawardani</i>	105
13	BEBERAPA SIFAT DARI KLAS FUNGSI P-SUPREMUM BOUNDED VARIATION FUNCTIONS <i>Moch Aruman Imron, Ch. Rini Indrati, dan Widodo</i>	113
14	KEKONTINUAN SIMETRIS FUNGSI BERNILAI REAL PADA RUANG METRIK <i>Manuharawati</i>	121

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
15	PENENTUAN POSISI SUMBER ARUS LISTRIK LEMAH DALAM OTAK DENGAN METODE INVERS <i>Muhammad Abdy</i>	127

BIDANG : ILMU KOMPUTER (18)

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
16	PELATIHAN JARINGAN FUNGSI BASIS RADIAL MENGGUNAKAN EXTENDED KALMAN FILTER UNTUK IDENTIFIKASI INSTRUMEN GAMELAN JAWA <i>Abduh Riski, Mohammad Isa Irawan, dan Erna Apriliani</i>	133
17	EKSTRAKSI CIRI MFCC PADA PENGENALAN LAFAL HURUF HIJAIYAH <i>Agus Jamaludin, dan Arief Fatchul Huda, S.Si., M.Kom</i>	143
18	PEMILIHAN GURU BERPRESTASI BERDASARKAN PENILAIAN KINERJA GURU DENGAN METODE ANALYTIC NETWORK PROCESS (ANP) <i>Alvida Mustika Rukmi, M. Isa Irawan, dan Nuriyatin</i>	153
19	SEGMENTASI CITRA DENGAN MENGGUNAKAN MODIFIKASI ROBUST FUZZY C-MEANS <i>Charista Christie Tjokrowidjaya dan Zuherman Rustam</i>	165
20	PERBANDINGAN METODE LEARNING VECTOR QUANTIZATION (LVQ) DAN SUPPORT VECTOR MACHINE (SVM) UNTUK PREDIKSI PENYAKIT JANTUNG KORONER <i>Desy Lusiyanti dan M. Isa Irawan</i>	175
21	DETEKSI KECACATAN PERMUKAAN LOSONG AMUNISI BERBASIS PENGOLAHAN CITRA DIGITAL <i>Dwi Ratna Sulistyaningrum, Budi Setiyono, dan Dyah Ayu Erniasanti</i>	183
22	PENERAPAN VEKTOR PADA APLIKASI WINDOWS PHONE BERBASIS AUGMENTED REALITY <i>Erick Paulus, Stanley P. Dewanto, InoSuryana, dan Septya Happytasari S</i>	191
23	METODE BACKPROPAGATION JARINGAN SYARAF TIRUAN DALAM MEMPREDIKSI HARGA SAHAM <i>Feni Andriani dan Ilmiyati Sari</i>	197
24	PEMODELAN VOLATILITAS SAHAM MENGGUNAKAN JARINGAN SYARAF TIRUAN DAN ALGORITMA GENETIKA <i>Hasbi Yasin</i>	205
25	APLIKASI METODE FUZZY PADA PERAMALAN JUMLAH WISATAWAN AUSTRALIA KE BALI <i>I Putu Eka Nila Kencana dan IBK. Puja Arimbawa K</i>	211
26	PREDIKSI CUACA EKSTRIM MENGGUNAKAN ALGORITMA CLUSTERING BERDASARKAN ROUGH SET <i>Mohammad Iqbal dan Hanim Maria Astuti</i>	221
27	KAJIAN LANJUTAN TERHADAP KUNCI LEMAH ALGORITMA SIMPLIFIED IDEA <i>Retno Indah dan Sari Agustini Hafman</i>	229
28	PENGUNAAN METODE PCA UNTUK REDUKSI DATA IMAGE PEMBULUH DARAH VENA <i>Rifki Kosasih</i>	241
29	IMPLEMENTASI KALIBRASI KAMERA ZHANG PADA ESTIMASI JARAK <i>Shofwan Ali Fauji dan Budi Setiyono</i>	249
30	KONSTRUKSI POHON FILOGENETIK MENGGUNAKAN ALGORITMA NEIGHBOR JOINING UNTUK IDENTIFIKASI HOST DAN PENYEBARAN EPIDEMI SARS <i>Siti Amiroch dan M. Isa Irawan</i>	259

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
31	DESAIN PENGENDALI UMPAN BALIK LINIER BERORDE MINIMUM PADA SISTEM BILINIER PEMBANGKIT LISTRIK DENGAN ALGORITMA GENETIKA <i>Taufan Mahardhika, Roberd Saragih, dan Bambang Riyanto Trilaksono</i>	269
32	APLIKASI ENTROPI FUZZY C-MEANS UNTUK MENDIAGNOSA CANCER BERDASARKAN KONSENTRASI UNSUR KIMIA DALAM DARAH <i>Zuherman Rustam</i>	279
33	MODEL MANAJEMEN POLA TANAM MENGGUNAKAN JARINGAN SYARAF TIRUAN FUNGSI RADIAL BASIS <i>Alven Safik Ritonga dan Mohammad Isa Irawan</i>	285

BIDANG : MATEMATIKA KEUANGAN (3)

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
34	ESTIMASI VALUE AT RISK PADA SAHAM PT. "X" DENGAN METODE EXTRIM VALUE THEORY <i>Mochammad Afandi dan Santi Puteri Rahayu</i>	297
35	CONDITIONAL VALUE-AT-RISK DI BAWAH MODEL ASET LIABILITAS DENGAN VOLATILITAS TAK KONSTAN <i>Sukono, Sudradjat Supian, dan Dwi Susanti</i>	305
36	ESTIMASI VOLATILITAS UNTUK PENGHITUNGAN VALUE at RISK (VaR) SAHAM LQ-45 MENGGUNAKAN MODEL GARCH <i>Tarno dan Hasbi Yasin</i>	315

BIDANG : MATEMATIKA PENDIDIKAN (44)

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
37	THE IMPLEMENTATION OF COOPERATIVE LEARNING BASED ON NEWMAN'S ERROR ANALYSIS PROCEDURES TO IMPROVE STUDENTS' MATHEMATICAL LEARNING <i>Yoga Dwi Windy Kusuma Ningtyas</i>	327
38	PERMAINAN TRADISIOANAL "ICAK-ICAKAN" PADA MATERI PERSENTASE LABA RUGI UNTUK SISWA CENDERUNG KINESTETIK <i>Fadila Hasmita, Oryza Zafivani, dan Rully Charitas Indra Prahmana</i>	335
39	PENERAPAN PENDEKATAN PMRI UNTUK MELATIH KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS SISWA PADA MATERI BALOK DAN KUBUS <i>Dimas Danar Septiadi</i>	343
40	MATCHAN (MATHEMATICS DAKOCAN) UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERHITUNG SISWA SEKOLAH DASAR <i>Dwi Wulandari dan Ira Silviana Rahman</i>	355
41	PENGGUNAAN BACKWARD DESIGN DALAM MERANCANG PEMBELAJARAN MATEMATIKA YANG BERNUANSA OBSERVATION-BASED LEARNING <i>Abdur Rahman As'ari</i>	363
42	PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATERI SEGIEMPAT BERBASIS REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME) UNTUK MELATIH KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS SISWA KELAS VII SMP <i>Abdur Rohim, Ipung Yuwono, dan Sri Mulyati</i>	371
43	PENGEMBANGAN SOAL BERBASIS LITERASI MATEMATIKA DENGAN MENGGUNAKAN KERANGKA PISA TAHUN 2012 <i>Ahmad Wachidul Kohar dan Zulkardi</i>	379

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
44	ANALISIS KEMAMPUAN <i>ADVANCED MATHEMATICAL THINKING</i> MAHASISWA PADA MATA KULIAH STATISTIKA MATEMATIKA <i>Andri Suryana</i>	389
45	KONSTRUKSI TEORITIK TENTANG BERPIKIR REFLEKTIF SEBAGAI AWAL TERJADINYA BERPIKIR REFRAKSI DALAM MATEMATIKA <i>Anton Prayitno, Akbar Sutawidjaja, Subanji, dan Makbul Muksar</i>	397
46	MENGHIDUPKAN TAHAP MENANYA PADA IMPLEMENTASI PENDEKATAN SAINTIFIK DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH <i>Djamilah Bondan Widjajanti</i>	405
47	PENGEMBANGAN BAHAN AJAR PERSAMAAN DIFERENSIAL UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIS MAHASISWA MELALUI BLENDED LEARNING DENGAN STRATEGI PROBING-PROMPTING <i>Hapizah</i>	415
48	PROFIL PEMAHAMAN SUBJEK UJI COBA 6 TERHADAP FILOSOFI, PRINSIP, DAN KARAKTERISTIK PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK <i>Hongki Julie, St. Suwarsono, dan Dwi Juniati</i>	423
49	ANALISIS PENGUASAAN KONSEP DASAR DAN KETUNTASAN PEMAHAMAN MATERI PENCACAHAN DALAM MATEMATIKA DISKRET <i>Luh Putu Ida Harini, I Gede Santi Astawa, dan I Gusti Ayu Made Srinadi</i>	433
50	FAKTOR-FAKTOR YANG MEMENGARUHI KEPUTUSAN SISWA SMA MELANJUTKAN STUDI S1 DI UNIVERSITAS UDAYANA <i>Made Susilawati, I Putu Eka Nila Kencana, dan Ni Made Dwi Yana Putri</i>	443
51	PERANCANGAN DAN PEMBUATAN ENSIKLOPEDIA MATEMATIKA DIGITAL DALAM KOMUNITAS DAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA <i>Mahmuddin Yunus, Indriati Nurul H, dan Lucky Tri O.</i>	451
52	PENGEMBANGAN BUKU ELEKTRONIK OLIMPIADE MATEMATIKA BERBASIS WEB DENGAN PENDEKATAN STRATEGI PEMECAHAN MASALAH <i>Mahmuddin Yunus dan Tjang Daniel Chandra</i>	459
53	EFEKTIVITAS METODE GRUP INVESTIGASI DI KELAS KALKULUS I PADA JURUSAN MATEMATIKA DAN ILMU KOMPUTER FMIPA UNIVERSITAS UDAYANA <i>Ni Made Asih</i>	467
54	PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS <i>BRAIN GYM</i> DENGAN MEDIA MANIPULATIF UNTUK ABK <i>Nia Wahyu Damayanti, Akbar Sutawidjajadan I Nengah Parta</i>	477
55	PENANAMAN KONSEP OPERASI PEMBAGIAN MENGGUNAKAN PERMAINAN TRADISIONAL BOLA BEKEL DI KELAS III SEKOLAH DASAR <i>Nurochmah dan Novia Larosa</i>	487
56	MODEL PROBLEM BASED LEARNINGDALAM MENINGKATKAN KEMAMPUAN ANALISIS SISWA KELAS VIII SMP <i>Nur Wahidin Ashari</i>	497
57	PENGEMBANGAN LKS BERCIRIKAN PENEMUAN TERBIMBING DAN DIDUKUNG GEOGEBRA PADA MATERI FUNGSI KUADRAT <i>Nurul Firdaus</i>	507

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
58	PENGARUH PERMAINAN TRADISIONAL KELERENG DALAM OPERASI PENGURANGAN DI KELAS I SD <i>Olanda Dwi Sumintra, Armianti, dan Rully Charitas Indra Prahmana</i>	517
59	IDENTIFIKASI KONSEP BERFIKIR ANAK USIA DINI DALAM KONSEP MATEMATIKA MENURUT TAHAPAN PIAGET <i>Reni Dwi Susanti</i>	525
60	KEMAMPUAN MAHASISWA DALAM MENGANALISA KEKONVERGENAN SUATU BARISAN BERDASARKAN PENGETAHUAN KONSEPTUAL DAN PROSEDURAL <i>Ria Amalia</i>	533
61	THINKING IMPLEMENTATION TO INTRODUCE FRACTION IN TALL'S THREE WORDS <i>Rustanto Rahardi dan Eddi Budiono</i>	543
62	PENERAPAN STRATEGI MOTIVASI ARCS DALAM PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE STAD PADA MATERI BALOK DI KELAS VIII SMP NEGERI 3 GRESIK <i>Sabrina Apriliawati Sa'ad</i>	555
63	PENINGKATAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MATEMATIS MELALUI PENDEKATAN RME BERBASIS GAYA KOGNITIF SISWA <i>Salwah, Yaya S. Kusumah, dan Stanley Dewanto</i>	565
64	PENGEMBANGAN MODUL PENERAPAN TEORI GRAPH BERBASIS ICT SEBAGAI PEDOMAN PRAKTEK KERJA LAPANGAN (PKL) MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA DI INDUSTRI <i>Sapti Wahyuningsih dan Darmawan Satyananda</i>	575
65	PENGGUNAAN PERMAINAN TRADISIONAL YEYE DALAM PEMAHAMAN KONSEP PERKALIAN UNTUK SISWA SEKOLAH DASAR <i>Sri Ratna Dewi, Sari Juliana, dan Rully Charitas Indra Prahmana</i>	591
66	PROSES PENALARAN ANALOGI SISWA DALAM ALJABAR <i>Siti Lailiyah dan Toto Nusantara</i>	601
67	IMPLEMENTASI KURIKULUM 2013 DAN PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK INDONESIA PADA PEMBELAJARAN PECAHAN <i>Sitti Busyrah Muchsin</i>	607
68	PEMBELAJARAN <i>ON-LINE</i> KALULUS III BERSTANDART NCTM <i>Suharto dan Moh. Hasan</i>	615
69	PENERAPAN <i>SELF – DIRECTED LEARNING</i> PADA PEMBELAJARAN PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL ORDE SATU <i>Susi Setiawani</i>	625
70	EDUCATIONAL DESIGN RESEARCH: DEVELOPING STUDENTS' UNDERSTANDING OF THE MULTIPLICATION STRATEGY IN AREA MEASUREMENT <i>Susilahudin Putrawangsa' Agung Lukito' Siti M Amin, dan Monica Wijers</i>	633
71	PENINGKATAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS, DAN SIKAP SISWA TERHADAP MATEMATIKA MELALUI PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK <i>Syaiful</i>	653
72	PERBEDAAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA LAKI-LAKI DAN SISWA PEREMPUAN <i>Syamsu Qamar Badu dan Siti Azizah A. Husain</i>	667
73	<i>MULTIGROUP STRUCTURAL EQUATION MODELING</i> DENGAN <i>PARTIAL LEAST SQUARE</i> PADA HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA KELAS IX SMP NEGERI DI KOTA KENDARI	677

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
	<i>Tandri Patih dan Bambang Widjanarko Otok</i>	
74	PENINGKATAN <i>SELF-EFFICACY</i> SISWA MELALUI PENDEKATAN <i>PROBLEM-CENTERED LEARNING</i> DISERTAI STRATEGI <i>SCAFFOLDING</i> <i>Tedy Machmud</i>	689
75	PENERAPAN STRATEGI BELAJAR METAKOGNISI UNTUK MEMAHAMI BACAAN DALAM IMPLEMENTASI KURIKULUM 2013 <i>Theresia Kriswianti Nugrahaningsih, Iswan Riyadi, dan Hersulastuti</i>	699
76	PENGEMBANGAN <i>MOBILE LEARNING APPLICATION</i> (MLA) SEBAGAI MEDIA PEMBELAJARAN ALTERNATIF PADA MATERI KESEBANGUNAN DAN KEKONGRUENAN BANGUN DATAR <i>Wulan Marlia Sandi</i>	709
77	KEMAMPUAN BERPIKIR LOGIS MATEMATIS MAHASISWA DALAM PERKULIAHAN MATEMATIKA DASAR DAN MATEMATIKA DISKRIT <i>Yaya S. Kusumah dan Heni Pujiastuti</i>	719
78	PENTINGNYA PENGARUH PERMAINAN TRADISIONAL LAYANG-LAYANG DALAM PEMBELAJARAN PHYTAGORAS DI KELAS VIII SMP <i>Yuli Pinasthika dan Yuannisya Walimun</i>	729
79	PROSES BERPIKIR ALJABAR SISWA BERDASARKAN TAKSONOMI MARZANO <i>Yunita Oktavia Wulandari, Edy Bambang Irawan, dan Toto Nusantara</i>	739
80	MASALAH NILAI YANG DICARI: PENALARAN PROPORSIONAL SISWA SETELAH MEMPELAJARI PERBANDINGAN DAN PROPORSI <i>Zainul Imron, I Nengah Parta, dan Hery Susanto</i>	749

BIDANG : MATEMATIKA TERAPAN (27)

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
81	MODEL EPIDEMIK SIR UNTUK PENYAKIT YANG MENULAR SECARA HORIZONTAL DAN VERTIKAL <i>Ilmiyati Sari dan Hengki Tasman</i>	757
82	HILANGNYA DUA BIFURKASI FOLD TANPA MELALUI BIFURKASI CUSP PADA SISTEM PREDATOR-PREY DENGAN FAKTOR PERTAHANAN GRUP DAN GANGGUAN BERKALA <i>Harjanto, E dan Tuwankotta, J. M</i>	767
83	BIFURKASI HOPF MODEL MANGSA-PEMANGSA WANGERSKY-CUNNINGHAM DENGAN WAKTU TUNDA <i>Ali Kusnanto, Ni Nyoman Suryani, dan N K Kutha Ardana</i>	773
84	PENERAPAN <i>GOAL PROGRAMMING</i> DALAM PENJADWALAN DAN PENUGASAN KEGIATAN KEMAHASISWAAN <i>Anis Fauziyyah, Toni Bakhtiar, dan Farida Hanum</i>	777
85	PENERAPAN PROJECTION PURSUIT DALAM BLIND SOURCE SEPARATION <i>Atik Wintarti, Abadi, dan Yoyon K. Suprpto</i>	787
86	KAJIAN NUMERIK: PENGARUH UKURAN SISTEM TERHADAP GAYA HAMBAT PADA SILINDER <i>Chairul Imron, Basuki Widodo, dan Triyogi Yuwono</i>	795
87	ANALISA DAN SIMULASI MODEL MANGSA-PEMANGSA YANG DILAKUKAN PEMANENAN <i>Diny Zulkarnaen dan Linda Yunengsih</i>	801
88	METODE <i>OPERATOR SPLITTING</i> : EKSPLORASI DAN SIMULASI	809

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
	<i>Endar H. Nugrahani</i>	
89	PERAMALAN VOLUME PRODUKSI AIR DI PDAM BOJONEGORO DENGAN METODE FUNGSI TRANSFER <i>Fastha Aulia Pradhani dan Adatul Mukarromah</i>	815
90	KEKUATAN INFEKSI HIV DALAM KOMUNITAS <i>INJECTING DRUG USERS</i> <i>Iffatul Mardhiyah dan Hengki Tasman</i>	823
91	METODE ELEMEN BATAS UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PERPINDAHAN PANAS <i>Imam Solekhudin</i>	833
92	ANALISIS PEMAKAIAN MADU PADA PENGAWETAN MAKANAN MENGGUNAKAN METODE MATEMATIKA <i>Imelda Hendriani Eku Rimo dan Basuki Widodo</i>	839
93	SKEMA BEDA HINGGA NONSTANDAR MODEL EPIDEMI SIR DENGAN TINGKAT KEJADIAN TERSATURASI DAN MASA INKUBASI <i>Isnani Darti dan Agus Suryanto</i>	849
94	MODEL TRANSMISI PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN MEMPERHATIKAN KOMPARTEMEN VAKSINASI <i>J. Nainggolan, S. Supian, A. K. Supriatna, dan N. Anggriani</i>	855
95	SUATU TINJAUAN NUMERIK PERSAMAAN ADVEKSI DIFUSI 2-D TRANSFER POLUTAN DENGAN MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA DU-FORT FRANKEL <i>Jeffry Kusuma, Khaeruddin, Syamsuddin Toaha, Naimah Aris, dan Alman</i>	865
96	MASALAH TRANSPORTASI <i>MULTIOBJECTIVE FUZZY</i> DENGAN VARIABEL KEPUTUSAN <i>FUZZY</i> <i>Listy Vermana dan Salmah</i>	871
97	MODEL PERTUMBUHAN KRISTAL PADA GAMBUT YANG DIBENTUK DARI KAPUR, <i>FLY ASH</i> DAN AIR <i>Mohammad Syaiful Pradana dan Basuki Widodo</i>	881
98	APROKSIMASI VARIASIONAL UNTUK SOLITON DISKRIT GELAP <i>Mahddivan Syafwan</i>	891
99	PENGGUNAAN METODE LEVEL SET DALAM MENYELESAIKAN MASALAH STEFAN DUA FASE (<i>KASUS MASALAH PENCAIRAN ES</i>) <i>Makbul Muksar, Tjang Daniel Candra, dan Susy Kuspambudi Andaini</i>	897
100	ANALISIS SENSITIVITAS MODEL EPIDEMIOLOGI HIV DENGAN EDUKASI <i>Marsudi</i>	907
101	SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL DENGAN PENDEKATAN MODEL MULTI GRUP <i>Nur Asiyah, Suhud Wahyudi, dan M. Setijo Winarko</i>	919
102	PEMBENTUKAN VIEWS PADA MODEL BLACK LITTERMAN <i>Retno Subekti</i>	933
103	MODELLING ROAD TRAFFIC ACCIDENT DEATHS IN SOUTH AFRICA USING GENERALIZED LINEAR MODELS <i>Sharon Ogolla, Sony Sunaryo, dan Irhamah</i>	943
104	ANALISIS KESTABILAN DAN KEBIJAKAN KEUNTUNGAN MAKSIMAL PADA MODEL POPULASI SATU MANGSA-DUA PEMANGSA DENGAN TAHAPAN STRUKTUR <i>Syamsuddin Toaha, Jeffry Kusuma, Khaeruddin, dan Mawardhi</i>	953

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
105	PENDEKATAN FUNGSI SELEKSI UNTUK MASALAH PEMROGRAMAN BILEVEL FUZZY DALAM PENGOPTIMALAN RETRIBUSI JALAN TO <i>Syarifah Inayati dan Irwan Endrayanto A</i>	965
106	KAJIAN DUALITAS DAN ANALISA SENSITIVITAS MASALAH GOAL PROGRAMMING <i>Talisdika Serrisanti Maifa</i>	985
107	MODEL MATEMATIKA PENGARUH SUHU DAN KETINGGIAN TERHADAP <i>SPONTANEOUS-POTENTIAL</i> UNTUK KARAKTERISASI PANASBUMI DI GEDONGSONGO, SEMARANG, JAWA TENGAH <i>Widowati, Agus Setyawan, Mustafid, Muh. Nur, Sudarno, Udi Harmoko, Satriyo, Gunawan S, Agus Subagio, Heru Tj, Djalal Er Riyanto, Suhartono, Moch A Mukid, Jatmiko E.</i>	997

BIDANG : STATISTIKA (39)

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
108	PENENTUAN PREMI BULANAN UNTUK KONTRAK ASURANSI JIWA ENDOWMENT UNIT LINK DENGAN METODE POINT TO POINT <i>Erna Hayati dan Sony Sunaryo</i>	1005
109	ASUMSI CONSTANT FORCE PADAASURANSI DWIGUNA LAST SURVIVOR <i>Hasriati, Azis Khan, dan Dian Fauzia Rahmi</i>	1015
110	METODE PENDETEKSIAN HOTSPOT MULTIVARIAT DAN PERANGKINGAN ORDIT: Study Kasus Tingkat KesehatanIbudanBalita di Kota Depok <i>Yekti Widyaningsih dan Titin Siswantining</i>	1025
111	PREDIKSI CURAH HUJAN DI SURABAYA UTARA DENGAN MENERAPKAN FUZZY-MAMDANI <i>Farida Agustini Widjajati dan Dynes Rizky Navianti</i>	1035
112	MODEL REGRESI NONPARAMETRIK MULTIRESPON SPLINE TRUNCATED UNTUK DATA LONGITUDINAL (STUDI KASUS KEBERHASILAN KB) <i>Dita Amelia dan I Nyoman Budiantara</i>	1045
113	KLASIFIKASI KAYU DENGAN MENGGUNAKAN NAÏVE BAYES-CLASSIFIER <i>Achmad Fahrurozi</i>	1057
114	KALKULATOR <i>SURVIVAL</i> DAN <i>LIFE TABEL</i> MENGGUNAKAN <i>SOFTWARE R</i> <i>Adhitya Ronnie Effendie dan Hendra Perdana</i>	1067
115	PREDIKSI INDEKS HARGA KONSUMEN DENGAN MODEL <i>FUZZY</i> DAN <i>RECURRENT NEURAL NETWORK</i> <i>Agus Maman Abadi</i>	1073
116	PERAMALAN PENJUALAN SEPEDA MOTOR DI PT. "X" DENGAN MENGGUNAKAN ARIMAX DI KABUPATEN PONOROGO <i>Ani Satul Ru'yati Badriyah dan Agus Suharsono</i>	1085
117	PENERAPAN MODEL ARX ORDE 1 PADA INDEKS SAHAM DAN HARGA MINYAK MENTAH DUNIA <i>Indah Pratiwi, Kankan Parmikanti, dan Budi Nurani Ruchjana</i>	1093
118	PENGELOMPOKAN KABUPATEN/KOTADI PROVINSI NTB BERDASARKAN KARAKTERSTIK KEMISKINAN MENGGUNAKAN METODE WARD <i>Desy Komalasari</i>	1107
119	PENGGUNAAN <i>SOFTWARE</i> MATLAB PADA MODIFIKASI <i>SINGLE SYSTEMATIC SAMPLING</i> <i>Dewi Putrie Lestari dan Aini Suri Talita</i>	1115

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
120	EVALUASI <i>SKILL MODEL</i> DENGAN KURVA <i>RELATIVE OPERATING CHARACTERISTICS</i> (ROC) <i>Dewi Retno Sari Saputro</i>	1123
121	ANALISIS SURVIVAL PADA DATA REKURENSI DENGAN <i>COUNTING PROCESS APPROACH</i> DAN MODEL PWP-GT <i>Diah Ayu Novitasari dan Santi Wulan Purnami</i>	1129
122	OPTIMISASI PERENCANAAN PRODUKSIMODEL PROGRAM LINEAR MULTI OBJEKTIF DE NOVO DENGAN PENDEKATAN <i>GOAL PROGRAMMING</i> <i>Dwi Lestari</i>	1139
123	REGRESI KUANTIL DENGAN ESTIMASI METODE SPARSITY UNTUK PEMODELAN TINGKAT PENGANGGURAN TERBUKA DI INDONESIA <i>Dynes Rizky Navianti</i>	1153
124	PREDIKSI PERMINTAAN SEPEDA MOTOR PER JENIS MERK HONDA DAN TOTAL MARKET DI KABUPATEN SIDOARJO MENGGUNAKAN <i>VECTOR AUTOREGRESSIVE</i> (VAR) <i>Efrandi Andiarga dan Agus Suharsono</i>	1165
125	VOLATILITAS MODEL GARCH SAHAM SYARIAH YANG BERHUBUNGAN KAUSALITAS DENGAN INDEKS PASAR <i>Endang Soeryana Hasbullah, Ismail Bin Mohd, Mustafa Mamat, Sukono, dan Endang Rosyaman</i>	1183
126	PENGARUH FAKTOR INDIVIDU DAN FAKTOR KONTEKSTUAL TERHADAP FERTILITAS DI INDONESIA TAHUN 2011 (Analisis Multilevel) <i>Febri Wicaksono dan Dhading Mahendra</i>	1193
127	KAJIAN METODE STATISTIK NONPARAMETRIK UJI HILDEBRAND SEBAGAI PADANAN ANALISIS VARIANSI DUA ARAH <i>Fitri Catur Lestari</i>	1203
128	PEMODELAN PREVALENSI KEJADIAN KUSTA DI JAWA TIMUR DENGAN PENDEKATAN <i>SPATIAL AUTOREGRESSIVE – SEM PLS</i> <i>Gilang Maulana Abdi dan Ismaini Zain</i>	1213
129	PENENTUAN PREMI TUNGGAL PADA KONTRAK ASURANSI jiwa <i>ENDOWMENT</i> UNIT LINK METODE <i>HIGH WATER MARK</i> <i>Gusmi Kholijah dan Sony Sunaryo</i>	1225
130	PENGENDALIAN KUALITAS STATISTIKA MENGGUNAKAN <i>SOFTWARE R</i> <i>Hendra Perdana, Khabib Mustofa, dan Dedi Rosadi</i>	1241
131	PENGEMBANGAN GRAFIK PENGENDALI DISTRIBUSI BETA BINOMIAL SEBAGAI PENGANTI p-CHART MELALUI MCMC <i>Hendro Permadi</i>	1247
132	PENGARUH <i>OUTLIER</i> TERHADAP ESTIMATOR PARAMETER REGRESI DAN METODE REGRESI ROBUST <i>I Gusti Ayu Made Srinadi</i>	1259
133	SUATU SURVEI TENTANG REGRESI BERBASIS KOPULA <i>I Wayan Sumarjaya</i>	1267
134	ANALISIS REGRESI PROBIT DENGAN EFEK INTERAKSI UNTUK MEMODELKAN ANGKA FERTILITAS TOTAL DI INDONESIA <i>Imam Ahmad Al Fattah dan Vita Ratnasari</i>	1277
135	ANALISIS GEROMBOL BERBASIS MODEL (Studi Kasus Standar Pelayanan Minimal SMP di Kabupaten Manokwari)	1287

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
	<i>Surianto Bataradewa, Nurhaida, Rium Hilum, dan Indah Ratih Anggriyani</i>	
136	KAJIAN ANALISIS DISKRIMINAN BERBASIS MODEL (<i>Model Based Discriminant Analysis Study</i>) <i>Indah Ratih Anggriyani</i>	1299
137	MODEL BINOMIAL NEGATIF DAN POISSON INVERSE GAUSSIAN DALAM MENGATASI OVERDISPERSI PADA REGRESI POISSON. <i>Laksmi Prita W</i>	1309
138	ESTIMASI PARAMETER MODEL <i>GEOGRAPHICALLY WEIGHTED ZERO-INFLATED POISSON REGRESSION</i> (GWZIPR) <i>Luthfatul Amaliana dan Purhadi</i>	1317
139	ANALISIS DATA INFLASI DI INDONESIA MENGGUNAKAN MODEL REGRESI KERNEL (SEBELUM DAN SESUDAH KENAIKAN TDL DAN BBM TAHUN 2013) <i>Suparti, Budi Warsito, dan Moch Abdul Mukid</i>	1327
140	ESTIMASI DAN PENGUJIAN HIPOTESIS <i>GEOGRAPHICALLY WEIGHTED MULTINOMIAL LOGISTIC REGRESSION</i> <i>M. Fathurahman, Purhadi, Sutikno, dan Vita Ratnasari</i>	1339
141	PENAKSIRAN PARAMETER MODEL GENERALISASI SPACE TIME AUTOREGRESI ASUMSI HETEROSKEDASTIK <i>Nelson Nainggolan</i>	1349
142	TAKSIRAN TITIK MEAN MODEL CAR FAY-HERRIOT MENGGUNAKAN PENDEKATAN HIERARKI BAYES PADA <i>SMALL AREA ESTIMATION</i> <i>Kurnia Susvitasari dan Titin Siswantining</i>	1355
143	PERBANDINGAN ANALISIS REGRESI COX DAN ANALISIS SURVIVAL BAYESIAN PADA PASIEN KANKER SERVIKS <i>Rina Wijayanti dan Santi Wulan Purnami</i>	1363
144	MODEL REGRESI PROBIT BIVARIAT PADA INDEKS PEMBANGUNAN GENDER DAN INDEKS PEMBERDAYAAN GENDER <i>Ririn Wahyu Ningsih dan Vita Ratnasari</i>	1373
145	PEMODELAN KUALITAS PEMBANGUNAN MANUSIA INDONESIA DENGAN PENDEKATAN MODEL PROBIT BIVARIAT <i>Vita Ratnasari</i>	1383
146	PENAKSIRAN PARAMETER UNTUK MODEL <i>GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION</i> (GWTR) <i>Harmi Sugiarti, Purhadi, Sutikno, dan Santi Wulan Purnami</i>	1391

BIDANG : TEORI GRAPH DAN KOMBINATORIK(11)

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
147	GRAF AMALGAMASI POHON BERBILANGAN KROMATIK LOKASI EMPAT <i>Asmiati dan Fitriani</i>	1399
148	PELABELAN <i>GRACEFUL SUPER</i> FIBONACCI PADA GRAF <i>FRIENDSHIP</i> DAN VARIASINYA <i>Budi Poniam dan Kiki A. Sugeng</i>	1409
149	PEMANFAATAN PELABELAN <i>GRACEFUL</i> PADA SYMMETRIC TREE UNTUK KRIPTOGRAFI POLYALPHABETIC <i>Indra Bayu Muktyas dan Kiki A. Sugeng</i>	1417
150	PELABELAN TOTAL SUPER (A,D) - SISI ANTIMAGIC PADA GABUNGAN GRAF PRISMA	1421

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
	<i>Ira Aprilia dan Darmaji</i>	
151	BATAS ATAS DIMENSI PARTISI GRAF SUBDIVISI DARI GRAF POHON <i>Amrullah, Edy Tri Baskoro, Saladin Uttungadewa, dan Rinovia Simanjuntak</i>	1427
152	PELABELAN HARMONIS PADA GRAF TANGGA SEGITIGA <i>Kurniawan Atmadja, Kiki A. Sugeng dan Teguh Yuniarko</i>	1435
153	PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF MERCUSUAR DAN GRAF BUNGA DHIFA <i>Nadia Paramita, Rostika Listyaningrum dan Kiki A. Sugeng</i>	1441
154	PEMBENTUKKAN SUPER GRAF PADA KLASIFIKASI SIDIK JARI <i>Nurma Nugraha dan Kiki Ariyanti</i>	1447
155	MENKONTRUKSI SUPER EDGE MAGIC GRAPH BARU DARI SUPER EDGE MAGIC GRAPH YANG SUDAH ADA <i>Suhud Wahyudi dan Sentot Didik Surjanto</i>	1455
156	MENENTUKAN CLIQUE MAKSIMUM PADA SUATU GRAF DENGAN MENGGUNAKAN HEURISTIK GREEDY <i>Mochamad Suyudi, Ismail Bin Mohd, Roslan Bin Hasni, Sudradjat Supian, dan Asep K. Supriatna</i>	1465
157	KAJIAN EKSISTENSI GRAF BERARAH HAMPIR MOORE <i>Yus Mochamad Cholily</i>	1471

BIDANG : TEORI SISTEM DAN KENDALI (4)

NO	JUDUL MAKALAH	HAL
158	KENDALI OPTIMAL PADA MANAJEMEN PERSEDIAAN MULTI-SUPPLIER DENGAN LEAD TIME <i>Darsih Idayani dan Subchan</i>	1477
159	ANALISA PERBANDINGAN PERFORMANSI KONTROL TWO WHEELED INVERTED PENDULUM ROBOT DENGAN MENGGUNAKAN FSMC DAN T2FSMC <i>Mardlijah dan Muh Abdillah</i>	1489
160	METODE LANGSUNG PADA PERMASALAHAN KENDALI OPTIMAL DENGAN LEGENDRE PSEUDOSPECTRAL <i>Rahmawati Erma Standsyah dan Subchan</i>	1497
161	KENDALI OPTIMAL MODEL DIVERSIFIKASI BERAS DAN NON-BERAS <i>Retno Wahyu Dewanti dan Subchan</i>	1507

Metode Langsung Pada Permasalahan Kendali Optimal Dengan Legendre Pseudospectral

Rahmawati Erma Standsyah¹ dan Subchan²

Institut Teknologi Sepuluh Nopember, standsyah@gmail.com

² Institut Teknologi Sepuluh Nopember, s.subchan@gmail.com

Abstrak. Dalam menyelesaikan permasalahan kendali optimal secara umum dapat dilakukan dengan dua metode yaitu langsung dan tidak langsung. Penyelesaian secara langsung adalah dengan mendiskritkan atau mentransformasikan bentuk permasalahan kendali optimal ke dalam bentuk program nonlinear (NLP). Salah satu metode penyelesaian secara langsung adalah metode *Legendre Pseudospectral* yang memiliki akurasi tinggi serta kekonvergenan yang cepat dengan menggunakan titik Legendre-Gauss-Lobatto (LGL) sebagai pendiskritan waktu. Pada penelitian ini menyelesaikan permasalahan kendali optimal yaitu masalah minimum energi sebagai contoh yang diselesaikan dengan metode *Legendre Pseudospectral*. Hasil yang didapat dari penelitian ini menunjukkan bahwa algoritma *Legendre Pseudospectral* bekerja relatif baik untuk masalah minimum energi

Kata Kunci: *kendali optimal Nonlinear, Nonlinear Programming, Metode Legendre Pseudospectral, LGL*

1 Pendahuluan

Kendali optimal merupakan permasalahan yang banyak muncul dalam segala bidang, misalnya bidang ekonomi, kimia, robotika, aeronautika, dan banyak yang lainnya. Secara teori masalah kendali optimal bertujuan untuk mendapatkan kendali dan kendala optimal yang dapat mengoptimalkan fungsi obyektif. Secara umum untuk menyelesaikan masalah ini dapat dilakukan dengan dua cara yaitu secara tidak langsung dan secara langsung [1,2,3].

Metode penyelesaian tidak langsung adalah dengan cara menggabungkan fungsi obyektif dan kendala ke dalam fungsi Hamiltonian. Pada dasarnya metode ini hanya dapat menyelesaikan permasalahan yang sederhana sebab memunculkan Two Point Boundary Value Problem (TPBVP). Sebagai pengganti dari metode ini dapat menggunakan metode numerik [3].

Penyelesaian secara langsung yaitu suatu penyelesaian masalah kendali optimal dengan mendiskritkan atau mentransformasikan bentuk masalah kendali optimal ke dalam bentuk Nonlinear Programming (NLP). Penyelesaian ini memiliki keuntungan secara signifikan dibandingkan penyelesaian secara tidak langsung dalam penerapannya. Keuntungan-keuntungan tersebut yaitu memiliki jari-jari konvergensi yang besar sehingga tidak membutuhkan ketepatan nilai awal yang akurat [1].

Banyak penelitian sebelumnya yang menyelesaikan masalah kendali optimal nonlinear secara langsung. Pada penelitian Badakhshan dan Kamyad [4] telah menyelesaikan secara numerik masalah kendali optimal nonlinear yang menggunakan metode beda hingga maju untuk mentransformasikan bentuk kendali nonlinear ke bentuk NLP. Penelitian Jaddu [5] menyelesaikan masalah

kendali linear dan nonlinear yang mempunyai kendala maupun tanpa kendala dengan menggunakan metode Polinomial Chebyshev. Benson [1] meneliti metode Gauss Pseudospectral.

Menurut Ross dan Fahroo [6] metode Legendre Pseudospectral adalah suatu metode pendiskritan masalah kendali optimal yang memiliki akurasi tinggi serta kekonvergenan yang cepat secara komputasinya jika dibandingkan dengan metode tradisional seperti metode beda hingga. Dalam penelitiannya metode Legendre Pseudospectral yang dipadukan dengan Covector Mapping Theorem (CMT) digunakan untuk menyelesaikan masalah kendali optimal nonlinear dengan variasi kendala yang berbentuk pertidaksamaan. Pada tahun sebelumnya Ross dan Fahroo [7] telah meneliti secara analitik kekonvergenan dari algoritma Legendre Pseudospectral.

Pada penelitian ini meneliti penyelesaian secara langsung dengan menggunakan algoritma Legendre Pseudospectral pada masalah kendali optimal nonlinear. Serta membuktikan secara numerik tingkat keakurasian dari metode tersebut. Contoh yang diuji merupakan permasalahan yang menjadi tolak ukur (Benchmark) dalam simulasi penyelesaian masalah kendali optimal yaitu permasalahan meminimumkan energi order dua dengan variasi kendala pertidaksamaan [1,3,6,8,9].

2 Persamaan Kendali Optimal

Benson[1] menjelaskan bahwa masalah kendali optimal bertujuan untuk mencari variabel keadaan $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ dan kendali $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ pada interval waktu $t \in [t_0, t_f]$ guna mendapatkan nilai fungsi obyektif yang minimum. Secara umum bentuk persamaan fungsi obyektif yang meminimumkan biaya pada bentuk *Bolza* yaitu

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \Phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (1)$$

dengan $\Phi : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ adalah biaya terminal (*Mayer*) dan $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ adalah biaya integral (*Lagrange*).

Sistem differensial dari variabel keadaan diberikan oleh persamaan

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (2)$$

dengan $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Variabel keadaan memiliki kondisi batas yang secara umum diberikan oleh persamaan

$$\phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) = 0 \quad (3)$$

dengan $\phi : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^q$.

Menurut Subchan dan Żbikowski[3] masalah kendali optimal memiliki kendala dan bentuk umum dari kendala tersebut adalah

$$\psi(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) = 0$$

dengan $\psi : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^p$ sebagai kendala persamaan,

$$\psi(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \leq 0$$

dengan $\psi : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^r$ sebagai kendala pertidaksamaan dan

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}(t)) \leq 0$$

dengan $\mathbf{S} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^s$ adalah kendala pertidaksamaan yang merupakan *pure constraint*.

3 Legendre Pseudospectral

Berdasarkan Ross dan Faribo [7] dijelaskan bahwa metode *Legendre Pseudospectral* adalah metode langsung yang mentransformasikan masalah kendali optimal ke bentuk program nonlinear. Penyelesaian NLP dapat menggunakan *solver* NLP atau dengan beberapa algoritma penyelesaian NLP yang telah banyak dikenal. Metode ini menggunakan himpunan titik *Lagrange-Gauss-Lobatto* (LGL) sebagai interval waktu pendiskritan. Himpunan ini terletak pada interval $[-1, 1]$ dengan $\tau_0 = -1$, $\tau_N = 1$ dan $1 \leq l \leq N - 1$ sedangkan τ_l merupakan akar dari turunan pertama polinomial *Legendre* \dot{L}_N berderajat N . Polinomial *Legendre* berderajat N didefinisikan sebagai berikut:

$$L_N(\tau) = \frac{1}{2^N} \sum_{k=0}^N \binom{N}{k}^2 (\tau - 1)^{N-k} (\tau + 1)^k$$

$$\dot{L}_N = \frac{dL_N(\tau)}{d\tau}$$

Langkah pertama dari algoritma *Legendre Pseudospectral* adalah memetakan waktu kendali optimal dari $t \in [t_0, t_f]$ ke $\tau \in [-1, 1]$ yaitu

$$t = \frac{(t_f - t_0)}{2} \tau + \frac{(t_f + t_0)}{2}$$

Jika menggunakan pemetaan tersebut maka Persamaan 1-3 dengan meminimalkan fungsi biayanya menjadi,

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \tau) = \Phi(x(1), t_f) + \frac{(t_f - t_0)}{2} \int_{-1}^1 g(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau) d\tau$$

dengan sistem dinamik kendalanya,

$$\frac{2}{(t_f - t_0)} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = f(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau)$$

dan syarat batasnya

$$\phi(x(-1), t_0, x(1), t_f) = \mathbf{0}$$

dan jika memiliki kendala maka persamaan kendala tersebut menjadi

$$\psi(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau)) = \mathbf{0}$$

$$\psi(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau)) < \mathbf{0}$$

Untuk mendiskritkan sistem dinamik kendalanya, variabel kendali dan keadaannya didekati dengan menggunakan polinomial interpolasi *Lagrange* pada titik LGL, yaitu

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &\approx \mathbf{x}^N(t) = \sum_{l=0}^N \mathbf{x}_l \cdot \varphi_l(\tau) \\ \mathbf{u}(t) &\approx \mathbf{u}^N(t) = \sum_{l=0}^N \mathbf{u}_l \cdot \varphi_l(\tau) \end{aligned}$$

dengan $l = 0, 1, 2, \dots, N$ adalah pembagian titik LGL sebanyak N . Persamaan $\varphi_l(\tau)$ adalah polinomial *Lagrange* berorder N yang dirumuskan sebagai berikut:

$$\varphi_l(\tau) = \frac{1}{N(N+1)L_N(\tau_l)} \frac{(\tau^2 - 1)\dot{L}_N(\tau)}{\tau - \tau_l} \quad (4)$$

Persamaan 4 dapat dinyatakan lebih sederhana menjadi:

$$\varphi_l(\tau_k) = \delta_{lk} = \begin{cases} 1 & \text{jika } l=k \\ 0 & \text{jika } l \neq k \end{cases}$$

dimana

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_l &= \mathbf{x}^N(t_l) \\ \mathbf{u}_l &= \mathbf{u}^N(t_l) \quad \text{dengan } t_l = t(\tau_l) \end{aligned}$$

Penurunan variabel keadaan yang didekati dengan penurunan eksak dari polinomial *Lagrange* dan Perhitungan penurunan pada titik LGL dijabarkan sebagai berikut:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}(t) \approx \frac{d\mathbf{x}^N}{dt}(t) = \sum_{l=0}^N \mathbf{x}_l \mathbf{D}_{kl}, \quad k = 0, 1, \dots, N$$

Didefinisikan matrik turunan D ukuran $(N+1)(N+1)$ sebagai penurunan dari polinomial *Lagrange* pada titik LGL yaitu

$$\mathbf{D}_{kl} = \begin{cases} \frac{L_N(\tau_k)}{L_N(\tau_l)} \cdot \frac{1}{\tau_k - \tau_l}, & k \neq l \\ -\frac{N(N+1)}{4}, & k = l = 0 \\ \frac{N(N+1)}{4}, & k = l = N \\ 0 & \text{yang lain} \end{cases}$$

Matrik turunan tersebut jika diterapkan pada persamaan sistem dinamik kendalanya pada titik LGL sehingga secara aljabar menjadi

$$\frac{2}{(t_f - t_0)} \sum_{l=0}^N \mathbf{D}_{kl} \cdot \mathbf{x}_l = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (5)$$

Batas kendala yang titik batasnya didekati dengan polinomial *Lagrange* untuk variabel keadaan ialah

$$\phi(x_1, t_0, x_N, t_f) = 0 \quad (6)$$

Integrasi pada fungsi biaya didiskritkan menggunakan aturan *Gauss-Lobatto-Quadrature* maka menjadi,

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \Phi(x_N, t_f) + \frac{(t_f - t_0)}{2} \sum_{k=0}^N g(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \cdot \mathbf{w}_k \quad (7)$$

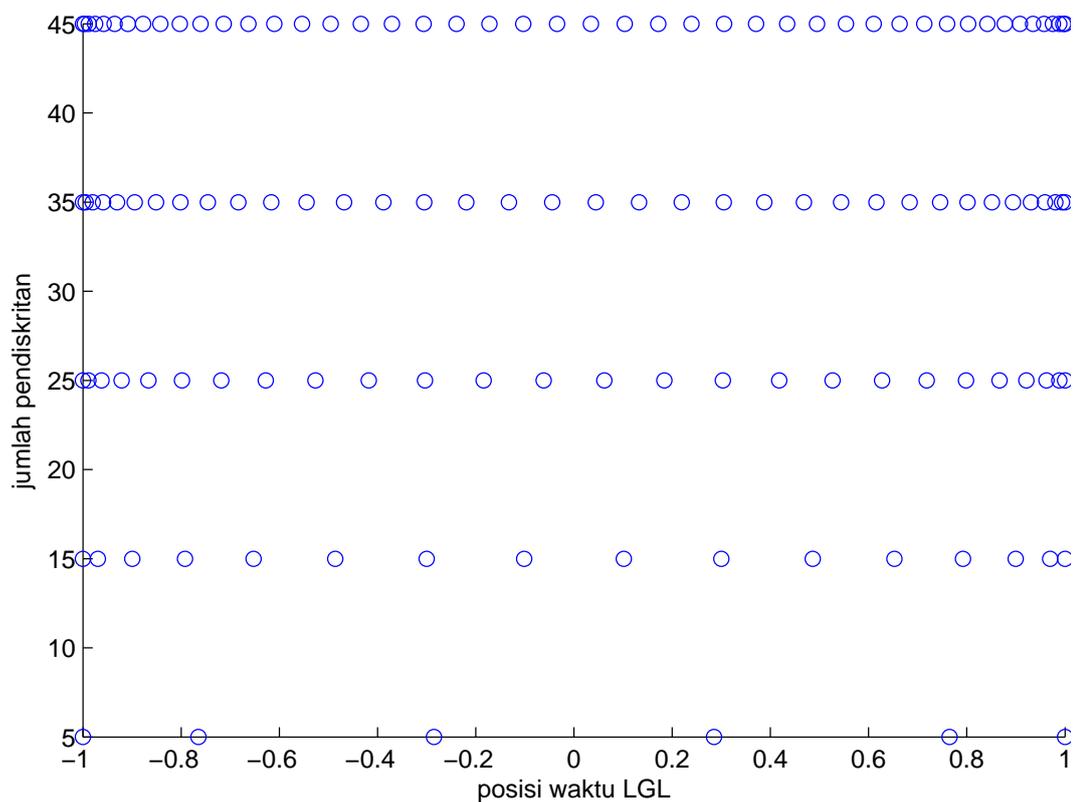
Dengan w_k merupakan berat LGL yaitu $w(x) = \frac{2}{N(N+1)} \frac{1}{[L_N(t_k)]^2}$ [6].

Jika permasalahan kendali optimal memiliki kendala maka persamaan kendala didiskritkan menjadi,

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) &= \mathbf{0} \\ \psi(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) &< \mathbf{0}, \quad k = 0, 1, \dots, N \end{aligned} \quad (8)$$

Pada permasalahan kendali optimal yang kontinu kemudian didiskritkan menjadi NLP maka akan dicari nilai $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n, \mathbf{u}_k \in \mathbb{R}^m, k = 0, 1, \dots, N$ dan $t_0, t_f \in \mathbb{R}$ yang meminimalkan Persamaan 7 terhadap kendala Persamaan 5,6 dan 8.

Titik LGL merupakan titik-titik yang berada diantara $[-1, 1]$. Metode Legendre Pseudospectral menggunakan titik LGL guna memetakan waktu awal (t_0) dan waktu akhir (t_f) dari masalah kendali optimal. Adapun distribusi dari titik LGL ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1: Distribusi Titik LGL.

4 Simulasi dan Analisis

Pada bagian ini ditunjukkan penyelesaian secara langsung permasalahan kendali optimal dengan metode Legendre Pseudospectral yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya. Permasalahan kendali optimal sebagai contoh untuk

menunjukkan keakurasian metode ini adalah permasalahan meminimumkan energi order dua dengan variasi kendala pertidaksamaan [1,3,6].

Diasumsikan jika diberikan $\dot{x}_1(t) = x_2(t)$, $\dot{x}_2(t) = u(t)$, $x_1(0) = x_1(1) = 0$ dan $x_2(0) = 1$ $x_2(1) = -1$ pada gerak lurus partikel dengan $x_1(t)$ adalah posisi partikel pada saat t dan $x_2(t)$ adalah kecepatan partikel pada saat t yang memiliki massa sebesar 1 satuan massa. Dapatkan nilai percepatan yang didefinisikan sebagai fungsi $u(t)$ dalam selang waktu $0 \leq t \leq 1$ yang memenuhi

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (9)$$

$$\dot{x}_2(t) = u(t) \quad (10)$$

$$x_1(0) = x_1(1) = 0 \quad (11)$$

$$x_2(0) = -x_2(1) = 1 \quad (12)$$

$$x_1(t) \leq l \quad \text{untuk} \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (13)$$

dengan meminimumkan

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \int_0^1 \frac{1}{2} u^2(t) dt \quad (14)$$

maka penyelesaiannya dengan menggunakan metode Legendre Pseudospectral ialah Persamaan 9-14 didiskritkan menjadi NLP yaitu

$$\min J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N \frac{1}{2} u_k^2(t) \mathbf{w}_k$$

dengan kendala

$$2 \sum_{i=0}^N (\mathbf{D}_{kl} \mathbf{x}_{1k}) - \mathbf{x}_{2k} = \mathbf{0}$$

$$2 \sum_{i=0}^N (\mathbf{D}_{kl} \mathbf{x}_{2k}) - \mathbf{u}_k = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{x}_{1_0} = 0$$

$$\mathbf{x}_{1_N} = 0$$

$$\mathbf{x}_{2_0} - 1 = 0$$

$$\mathbf{x}_{2_N} + 1 = 0$$

$$\mathbf{x}_{1_k} - l \leq \mathbf{0}$$

dengan $k = 0, 1, 2, \dots, N$. Sehingga didapat hasil pendekatan yang dibandingkan dengan solusi analitik. Pada pengujian secara komputasi menggunakan komputer dengan prosesor Intel(R) Core(TM)i3 CPU M380 @2.53GHz RAM 1.00 GB.

Sebagai indikator keakurasian dari implementasi metode *Legendre Pseudospectral* ini maka ditunjukkan dalam Tabel 1 dan Tabel 2 nilai kesalahan kuadrat rata-rata (MSE) untuk variabel keadaan serta kendali untuk permasalahan minimum energi. Nilai MSE yang didapat merupakan kesalahan

dari hasil komputasi dengan fungsi analitiknya.

Menurut [6] solusi analitik dari masalah minimum energi tersebut yaitu:

Solusi analitik dengan kendala pada $0 < l \leq \frac{1}{6}$

$$u = \begin{cases} -\frac{2}{3l}(1 - \frac{t}{3l}), & 0 \leq t \leq 3l \\ 0, & 3l < t \leq 1 - 3l \\ -\frac{2}{3l}(1 - \frac{1-t}{3l}), & 1 - 3l < t \leq 1 \end{cases} \quad (15)$$

$$x_1 = \begin{cases} l[1 - (1 - \frac{t}{3l})^3], & 0 \leq t \leq 3l \\ l, & 3l < t \leq 1 - 3l \\ l[1 - (1 - \frac{1-t}{3l})^3], & 1 - 3l < t \leq 1 \end{cases} \quad (16)$$

$$x_2 = \begin{cases} (1 - \frac{t}{3l})^2, & 0 \leq t \leq 3l \\ 0, & 3l < t \leq 1 - 3l \\ -(1 - \frac{1-t}{3l})^2, & 1 - 3l < t \leq 1 \end{cases} \quad (17)$$

$$J = \frac{4}{9l} \quad (18)$$

Solusi analitik dengan kendala pada $\frac{1}{6} < l \leq \frac{1}{4}$

$$u = \begin{cases} -8(1 - 3l) + 24(1 - 4l)t, & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -8(1 - 3l) + 24(1 - 4l)(1 - t) & \frac{1}{2} < t \leq 1 \end{cases} \quad (19)$$

$$x_1 = \begin{cases} t - 4(1 - 3l)t^2 + 4(1 - 4l)t^3 & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ 1 - t - 4(1 - 3l)(1 - t)^2 + 4(1 - 4l)(1 - t)^3 & \frac{1}{2} < t \leq 1 \end{cases} \quad (20)$$

$$x_2 = \begin{cases} 1 - 8(1 - 3l)t + 12(1 - 4l)t^2 & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -1 + 8(1 - 3l)(1 - t) - 12(1 - 4l)(1 - t)^2 & \frac{1}{2} < t \leq 1 \end{cases} \quad (21)$$

$$J = 2 + 6(1 - 4l)^2 \quad (22)$$

Nilai MSE yang berkaitan dengan permasalahan minimum energi dapat disusun dalam tabel dengan menggunakan nilai $l = \frac{1}{10}$ sehingga hasil fungsi obyektif secara analitik sebesar $J = 4.4444$. Susunan tabel selanjutnya menggunakan nilai $l = 0.2$ dan hasil fungsi obyektif secara analitik sebesar $J = 2.24$

Permasalahan minimum energi yang memenuhi Persamaan 9-14 dengan memiliki kendala Persamaan 13 dimana kendala tersebut dipengaruhi oleh variabel x_1 yaitu menyatakan sebagai posisi partikel. Apabila permasalahan

Tabel 1: Nilai MSE dengan $l = 0.1$

Jumlah Diskrit	Fungsi Obyektif	Waktu Running (s)	MSE		
			x_1	x_2	u
6	4.4611	15.1301	$4.6411 \cdot 10^{-7}$	$2.1889 \cdot 10^{-4}$	0.1665
9	4.4283	24.8753	$5.2514 \cdot 10^{-8}$	$4.508 \cdot 10^{-5}$	0.0079
17	4.4425	66.9833	$7.2558 \cdot 10^{-9}$	$2.4806 \cdot 10^{-6}$	0.0013
25	4.4441	151.7256	$1.8582 \cdot 10^{-9}$	$4.2072 \cdot 10^{-7}$	$3.9902 \cdot 10^{-4}$
35	4.4437	335.5220	$2.1907 \cdot 10^{-8}$	$2.0112 \cdot 10^{-6}$	$5.1311 \cdot 10^{-4}$
43	4.4440	565.0419	$1.0306 \cdot 10^{-8}$	$8.4890 \cdot 10^{-4}$	$1.7435 \cdot 10^{-4}$

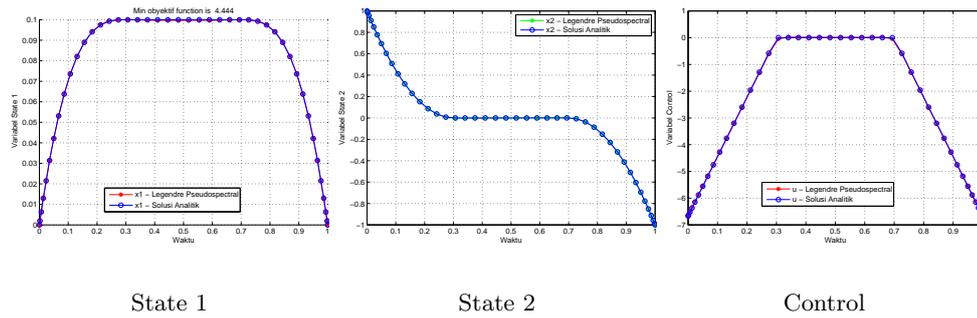
Tabel 2: Nilai MSE dengan $l = 0.2$

Jumlah Diskrit	Fungsi Obyektif	Waktu Running (s)	MSE		
			x_1	x_2	u
6	2.2438	16.5746	$1.2347 \cdot 10^{-7}$	$3.9471 \cdot 10^{-6}$	0.0042
9	2.2059	33.9821	$1.1816 \cdot 10^{-6}$	$3.0267 \cdot 10^{-5}$	$7.1219 \cdot 10^{-4}$
17	2.2310	76.4042	$6.6275 \cdot 10^{-8}$	$1.9833 \cdot 10^{-6}$	$9.0571 \cdot 10^{-5}$
25	2.2359	154.8975	$1.2174 \cdot 10^{-8}$	$4.0287 \cdot 10^{-7}$	$2.0639 \cdot 10^{-5}$
35	2.2380	342.2775	$3.1707 \cdot 10^{-9}$	$9.0640 \cdot 10^{-8}$	$4.0353 \cdot 10^{-5}$
43	2.2384	562.6483	$8.0319 \cdot 10^{-10}$	$4.2731 \cdot 10^{-8}$	$7.2614 \cdot 10^{-6}$

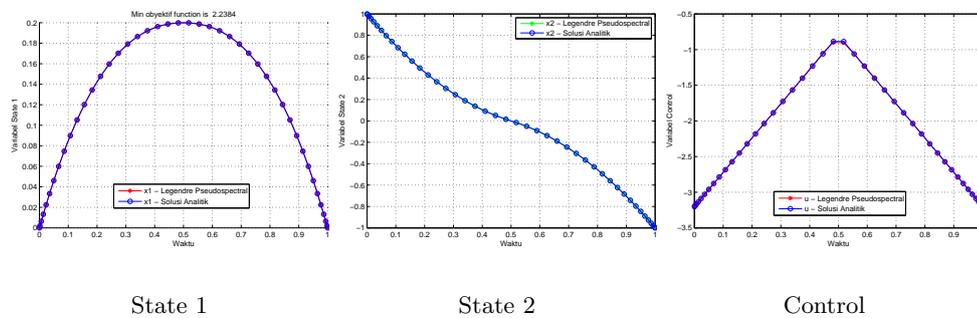
ini diselesaikan tanpa Persamaan 13 yang artinya tanpa kendala didapatkan persamaan untuk x_1 yaitu $x_1(t) = -t^2 + t$. Sedangkan persamaan tersebut memiliki nilai maksimum 0.25. Oleh karena itu jika nilai l mendekati 0.25 menandakan bahwa kendala dari permasalahan ini tidak begitu berpengaruh terhadap persamaan sistem kendali optimal.

Dari Tabel 1 dan Tabel 2 menunjukkan bahwa semakin meningkatnya titik diskrit maka besar nilai MSE semakin kecil. Selain itu juga menunjukkan bahwa metode ini memiliki tingkat konvergensi yang cepat. Hal ini berarti metode Legendre Pseudospectral bekerja dengan baik untuk permasalahan minimum energi. Perbedaan keakuratan pendekatan metode ini untuk nilai $l = 0.1$ dan $l = 0.2$ dengan titik diskrit 43 ditunjukkan pada Gambar 2 dan Gambar 3. Garis warna biru menunjukkan hasil analitik serta warna merah menunjukkan hasil pendekatan untuk variabel x_1 dan u sedangkan warna hijau hasil pendekatan untuk variabel x_2 .

Solusi pendekatan untuk variabel keadaan memiliki nilai MSE kecil tetapi pendekatan variabel kendali memiliki nilai MSE lebih besar daripada nilai MSE variabel keadaan begitu juga dengan tingkat kekonvergenan. Dikarenakan fungsi hasil analitik yaitu Persamaan 15-22 untuk variabel keadaan pertama x_1 diskontinyu pada turunan ketiga sedangkan fungsi variabel keadaan kedua x_2 diskontinyu pada turunan kedua dan fungsi kendala u diskontinyu pada turunan pertama. Hal ini disebabkan pendekatan polinomial tidak dapat mendekati dengan baik pada pendekatan fungsi yang diskontinyu atau diskontinyu pada turunannya [1].



Gambar 2: Hasil Pendekatan Dengan Pendiskritan 43 Titik Dan $l = 0.1$.



Gambar 3: Hasil Pendekatan Dengan Pendiskritan 43 Titik Dan $l = 0.2$.

5 Kesimpulan

Metode *Legendre Pseudospectral* merupakan metode secara langsung menyelesaikan masalah kendali optimal dengan cara mentransformasikan bentuk persamaan kendali optimal ke bentuk optimasi nonlinear programming. Metode *Legendre Pseudospectral* dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kendali optimal khususnya permasalahan minimum energi dengan tingkat keefektifan cukup baik sebab tingkat akurasi cukup tinggi dan tingkat kecepatan cukup cepat karena tidak membutuhkan titik diskrit yang besar.

Pada penelitian ini metode Legendre Pseudospectral digunakan untuk menyelesaikan secara langsung sehingga tidak didapatkan solusi dari variabel Lagrange. Untuk itu diharapkan penelitian selanjutnya dapat diterapkan pada bentuk Two Point Boundary Value Problem (TPBVP) sehingga dapat dihasilkan solusi dari variabel Lagrange.

Daftar Pustaka

- [1]. Benson, D., 2005, *A Gauss Pseudospectral Transcription For Optimal Control*, PhD thesis, Massachusetts Institute Of Technology.

- [2]. Betts, J. T., 2001, *Practical Methods For Optimal Control Using Nonlinear Programming*, Siam, Washington.
- [3]. Subchan, S. dan Żbikowski, R., 2009, *Computational Optimal Control*, first edn, A John Wiley and Sons.Ltd, UK.
- [4]. Badakhshan, K. dan Kamyad, A, 2007 ,'Numerical Solution Of Nonlinear Optimal Control Problems Using Nonlinear Programming', *Applied Mathematics And Computation* **187**, 1511-1519.
- [5]. Jaddu, H. M., 1998, *Numerical Methods For Solving Optimal Control Problems Using Chebyshev Polynomials*, PhD thesis, Japan Advanced Institute Of Science And Technology.
- [6]. Ross, M. dan Fahroo, F., 2003 , 'Legendre Pseudospectral Approximations Of Optimal Control Problems', *Lecture Notes In Control And Information Sciences*
- [7]. Ross, M. dan Fahroo, F., 2001, *Convergen of Pseudospectral Discretizations of Optimal Control Problems*, *Proceeding of the 40th IEEE*, Orlando Florida USA. Eds
- [8]. Bryson, A. E. dan Ho, Y. C., 1975, *Applied Optimal Control. Optimization, Estimation, and Control. Revised Printing*, Hemisphere Publishing Corporation, New York.
- [9]. Oberle, H. J. dan Grimm, W., 1989, *BNDSO - A Program for the Numerical Solution of Optimal Control Problems*, Technical Report DLR IB 515-89-22, Institute for Flight Systems Dynamics, DLR, Oberpfaffenhofen, Germany.
- [10]. Arora, J. S., 2004, *Introduction to Optimum Design*, second edn, Elsevier Inc, USA.
- [11]. Coleman, T., Branch, M. A. dan Grace, A., 1990-1999, *Optimization Toolbox For Use with MATLAB*, user's guide version 2 edn, The MathWorks,Inc, UK.
- [12]. Stryk, O. V., 1999, *User's Guide For DIRCOL - A Direct Collocation Method For The Numerical Solution Of Optimal Control Problems*, Technische Universitat Darmstad.